

TECNOLOGÍA, CIENCIA y ESTUDIOS ORGANIZACIONALES

2017

Volumen 1 Año 1

Julio - Diciembre

ISSN 2594-1410

Revista digital



TeCEO



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO



Tecnología, Ciencia y Estudios Organizacionales, Año 1, Número 1, es una publicación semestral, Julio-diciembre 2017, publicada y editada por el Tecnológico Nacional de México dependiente de la Secretaría de Educación Pública, a través del Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Arcos de Belén Núm. 79, piso 2, Colonia Centro, Delegación Cuauhtémoc, C.P. 06010, Ciudad de México, Tel. 5536011000 Ext. 65064, d_vinculacion05@tecnm.mx, Editor Responsable Ing. Luis Manuel Ferniza Pérez. Reserva de derechos al uso exclusivo No. 04-2018-062213434500-203, ISSN: 2594-1410.

Responsable de la última actualización de este número Lic. Sergio Sierra Segura, Jefe del Departamento de Comunicación y Difusión del Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Avenida Tecnológico S/N, Col. UPA Soledad de Graciano Sánchez, C.P. 78437, San Luis Potosí, México, Teléfono (444) 818 21 36, fecha de término de la última actualización Junio de 2017.

Objetivo de la revista Tiene como objetivo impulsar, comunicar e integrarse como una publicación formal entre la comunidad científica nacional e internacional de tal forma que los integrantes del comité científico responsablemente ofrezca calidad en cada uno de los artículos propuestos.

Las publicaciones de los artículos son sometidas a revisión por un comité de arbitraje y el contenido es responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan la postura del editor de la publicación.

Queda prohibida la reproducción parcial o total de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización del Instituto encargado o si lo permite poner las condiciones.

CONSEJO EDITORIAL

1. Ing. Luis Manuel Ferniza Pérez
Presidente del Consejo Editorial.
2. Ing. Anastacio Bustos Alcalá
Secretario Académico.
3. Ing. Arturo Acuña Mancilla
Secretario de Relaciones Internas y Externas.
4. Lic. Gabriela del Carmen Mancilla Lona
Secretaria de Finanzas y Comercialización.
5. Ing. Brenda Córdova Nepomuceno
Secretaria Técnica.
6. Lic. Sergio Sierra Segura
Jefe de Información.
7. Mtra. Reynalda González Álvarez
Jefa de Edición y Producción.
8. Ing. Juan Antonio Alvarado Cano
Jefe de Edición Digital.

COMITÉ ACADÉMICO

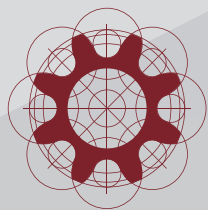
1. Dr. Francisco Javier Segura Mojica
2. Dr. Ramón Díaz de León Zapata
3. Dr. Juan Arturo Mendoza Razo
4. Mtra. Rosa Hilda Félix Jácques
5. Dr. Antonio Zárate Marceleño
6. Dr. Saúl Almazán Cuellar
7. Mtra. Mayra Angélica Barcenás Castro





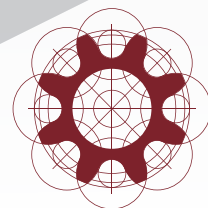
CONTENIDO

Pag.



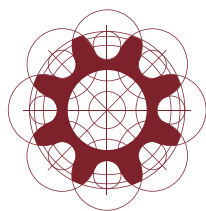
Factores sociodemográficos que influyen en la rotación del capital humano en la industria manufacturera de San Luis Potosí.
Apunte para la toma de decisiones
-Dr. Francisco Javier Segura Mojica

06



Medición de la diversidad de las unidades económicas de turismo utilizando el índice de Shannon-Weaver y la distribución espacial, caso pueblos mágicos Real de Catorce y Xilitla
-M.C.G.A. Mayra Angélica Bárcenas Castro

29



Revisión de sistemas en el formalismo Lagrangiano
-Dr. Cliffor Benjamín Compeán Jasso

41





Factores sociodemográficos que influyen en la rotación del capital humano en la industria manufacturera de San Luis Potosí. Apuntes para la toma de decisiones

Dr. Francisco J. Segura Mojica^{1,2}

Resumen

En este trabajo se explora el fenómeno de la rotación de personal en la industria manufacturera de San Luis Potosí, México. Se realiza un análisis cualitativo y cuantitativo de información relacionada con el mercado de trabajo y el perfil de los trabajadores industriales, con el fin de determinar si la movilidad laboral se encuentra asociada a factores demográficos, y si es posible definir un perfil de trabajadores “estables” o “rotadores” que ayude a mejorar las decisiones de selección de personal y disminuya los costos asociados a la rotación.

Palabras clave: Rotación de personal, estabilidad laboral, perfil rotador.

Abstract

This paper explores the phenomenon of turnover in manufacturing industry in San Luis Potosí, Mexico. Is performed a qualitative and quantitative analysis of information related to the labour market and the profile of industrial workers, in order to determine whether labour mobility is associated with demographic factors and if possible to define a profile of workers ‘stable’ or ‘rotators’ to help improve recruitment decisions and reduce costs associated with the rotation.

Keywords: Employee turnover, job, profile cuff.

¹ recursosmx@yahoo.com

² Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Av. Tecnológico S/N. Col. UPA. Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí

1. Introducción

Para muchas empresas establecidas en México, la rotación de personal se ha convertido en un problema económico difícil de administrar. La movilidad de la fuerza de trabajo representa un serio inconveniente para cualquier estrategia de innovación, calidad y capacitación, ya que los esfuerzos que se realizan en este campo pueden volverse improductivos cuando los trabajadores toman decisiones prematuras de cambio de empleo.

Una aproximación al tema de la rotación (Lucker, 1987), indica que su estructura de costos está determinada fundamentalmente por la inversión en capacitación. Estima que cada empleado que causa baja cuesta a las empresas aproximadamente \$162.42 dólares.

Sin embargo, es indudable que mas allá de los costos directos que representa, el problema de la rotación tiene que ver con dificultades para la modernización tecnológica y la optimización de los recursos humanos. Mas aún, cuando se registran altos niveles de rotación de personal se dificulta la introducción de sistemas de producción flexible o altamente tecnificados, pues esto obliga a las empresas a depender actividades de ciclo corto, de tal manera que personas con poca experiencia puedan desarrollarlas (Carrillo y Santibáñez, 2001).

Para los fines del presente trabajo el concepto de rotación de personal se definirá como “la salida voluntaria de un trabajador de la empresa en que labora” (Carrillo y Santibáñez, 2001). En San Luis Potosí se tiene una concepción generalizada de que la mayoría de los casos en los que un trabajador decide abandonar su empleo, el factor predominante es el económico: el salario o

las prestaciones son insuficientes para cubrir sus necesidades personales y familiares, y por lo tanto hay un interés constante por encontrar empleos que mejoren el ingreso del trabajador.

Sin embargo, como veremos en el desarrollo del presente trabajo, el fenómeno de la rotación es más complejo, ya que en el proceso de salida y reincorporación de trabajadores a un empleo, existen múltiples factores que pueden ser identificados y que para fines prácticos clasificaremos en dos categorías:

- Variables relacionadas con la permanencia del trabajador en su empleo o factores de estabilidad.
- Variables relacionados con la salida del empleo.

En este sentido, cabe precisar que la rotación es un fenómeno multicausal que en cierta medida puede ser respuesta a las condiciones económicas prevalecientes (nivel macro), pero que también puede recibir influencia de factores individuales relacionados con el perfil sociodemográfico de los empleados y con sus percepciones sobre el lugar de trabajo (nivel micro).

De acuerdo con English, Williams e Ibarreche (1989), existe una fuerte conexión entre la rotación de personal y algunas variables relacionadas con la personalidad, por lo que desde esta perspectiva, el énfasis en el análisis de la movilidad laboral se centraría en el nivel micro: las percepciones que los trabajadores tienen sobre su trabajo y su nivel de satisfacción laboral.

Sin embargo, en otro documento (Williams, 1989), el énfasis del análisis descansa en el factor mercado de trabajo: cuando crece la oferta de empleos y la mano de obra es escasa o se encuentra insuficientemente calificada, tendería a intensificarse la movilidad laboral del personal que cuenta con la calificación adecuada.

Ambas perspectivas analizan una parte del problema y son complementarias, ya que permiten enfocar el problema de la rotación como un fenómeno multicausal, sobre el cuál las empresas pueden ejercer un cierto nivel de control mediante la adopción de políticas laborales convenientes.

Esto nos ayuda a precisar nuestro objeto de estudio:

- En primer término se investigarán las condiciones prevalecientes en el mercado de trabajo de la ciudad de San Luis Potosí, con el fin de determinar si la oferta de empleo y los niveles salariales se han modificado en fechas recientes, y por lo tanto la existencia de mejores oportunidades de trabajo en el ámbito local es un factor que incentiva al personal a cambiar de empleo.
- En el nivel micro, se explorarán algunas características socioculturales de los trabajadores y sus percepciones sobre el trabajo, con el fin de determinar si es posible definir un perfil de trabajadores “rotadores” y “no rotadores” que pueda ser detectado desde el proceso de selección de personal.

2. Metodología

Con el objeto de establecer las variables que permiten diferenciar entre los trabajadores que tienden a cambiar de empleo y los que tienden a permanecer en el mismo lugar de trabajo.

1. Con el fin de explorar las condiciones del mercado de trabajo se analizó información estadística generada por el INEGI a través de los Censos Económicos y la Encuesta Nacional de Empleo (2008-2016).
2. Se obtuvo información adicional sobre el mercado de empleo y las políticas laborales de otras empresas que ha sido obtenida mediante entrevistas con ejecutivos de recursos humanos.
3. El perfil sociodemográfico del personal y sus percepciones sobre el empleo fueron explorados mediante la aplicación de una encuesta a una muestra representativa de trabajadores de la zona industrial y se analizó la información estadística procedente de la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE).

3. Etapas de Estudio

La presente investigación se llevó a cabo en dos etapas:

Investigación documental. Mediante la consulta de fuentes de información estadística, entre las que se encuentra la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo, Indicadores de Coyuntura del INEGI para el Estado de San Luis Potosí, Censos Económicos y el Observatorio Laboral Mexicano de la STyPS se determinaron las características sociodemográficas del mercado de trabajo en San Luis Potosí.

Investigación de campo. Se diseñó una muestra probabilística y se aplicó un cuestionario a trabajadores de la zona industrial de la ciudad de San Luis Potosí con el fin de determinar motivadores laborales y principales causas de movilidad.

3.1. Características de la muestra

Se aplicaron 180 encuestas a trabajadores de la zona industrial seleccionados de manera aleatoria. Este tamaño de muestra nos permite trabajar con nivel de confianza del 94%, un porcentaje de error de 6% y la máxima variabilidad³.

3.2. Diseño del instrumento de recolección de información

La recolección de información se llevó a cabo a través del método de encuesta. Con este propósito se elaboró un cuestionario con el objetivo de monitorear 10 variables relacionadas con las características demográficas de los trabajadores encuestados, sus factores de movilidad laboral, sus valores y prioridades personales. La información relativa a estos elementos se recolectó mediante la técnica de escalas estimativas y se presenta a continuación.

³ Tomando como universo una población N de 176 587 trabajadores en la industria manufacturera en San Luis Potosí, se aplicó la siguiente fórmula:

$$n = \frac{Z^2 pqN}{NE^2 + Z^2 pq}$$

donde

n es el tamaño de la muestra;
 Z es el nivel de confianza;
 p es la variabilidad positiva;
 q es la variabilidad negativa;
 N es el tamaño de la población;
 E es la precisión o el error.

3.3. Entrevistas a ejecutivos de recursos humanos

Se llevaron a cabo entrevistas a personal directivo de recursos humanos en diferentes empresas de la zona industrial de San Luis Potosí, con el fin de evaluar el impacto de la rotación de personal en los centros de trabajo, sus posibles causas y las medidas que se han tomado para administrar el problema.

4. Resultados

4.1. Características del mercado de trabajo en San Luis Potosí

San Luis Potosí cuenta con una población total de 2 762 818 habitantes, de los cuáles 1 142 429 se encuentran ocupados. De esta población, 724 765 son asalariados y 52 997 son empleadores. (STPS, 2016)

4.2. Estructura ocupacional

Por rama de actividad económica, la industria manufacturera ocupa el cuarto lugar como generador de empleos en San Luis Potosí con 203 241 personas ocupadas, de las cuales 64.4% son hombres y 35.6% son mujeres.

El número de trabajadores asegurados ante el IMSS ascendió en marzo de 2016 a 386 298 personas con un salario base de cotización promedio de 299.1 pesos diarios y una variación anual de 4.2 % (STPS, 2016).

4.3. Análisis de motivadores laborales

Se realizó una investigación de campo con el fin de determinar los principales factores de movilidad laboral del personal de la zona industrial de San Luis Potosí. Se trabajó con una muestra de 180 trabajadores a quienes se aplicó un cuestionario. El 40% de la muestra está constituida por empleados del sector automotriz y el 24% laboran en la industria metalmecánica. Por otra parte, el 64% del personal encuestado ocupa puestos de nivel operativo; 32% mando medio y 4% gerencial

Otras características de la muestra son que el 74% de los encuestados son hombres y el 26% mujeres, en tanto que el 46% son solteros, el 49% casados y el 5% tienen otro estado civil.

4.4. Principales hallazgos

Se preguntó a los encuestados que importancia dan a una serie de 23 factores para decidir permanecer en un empleo. Para ello se les pidió que otorgaran una calificación de 1 a 5 en una escala estimativa donde 1 significa sin importancia y 5 significa de vital importancia.

En promedio, el factor más valorado por los encuestados fue la estabilidad-seguridad en el empleo (4.22 puntos); en segundo lugar se ubicó el salario (4.19), y a continuación las prestaciones y las oportunidades de ascenso. Al analizar la importancia relativa de los factores de acuerdo al género de los encuestados, se puede apreciar que algunas variables como el trato de los superiores y el estilo de liderazgo son particularmente valorados por las mujeres, mientras que los hombres dan importancia a factores como el pago de horas extras como se muestra en la Figura 1.

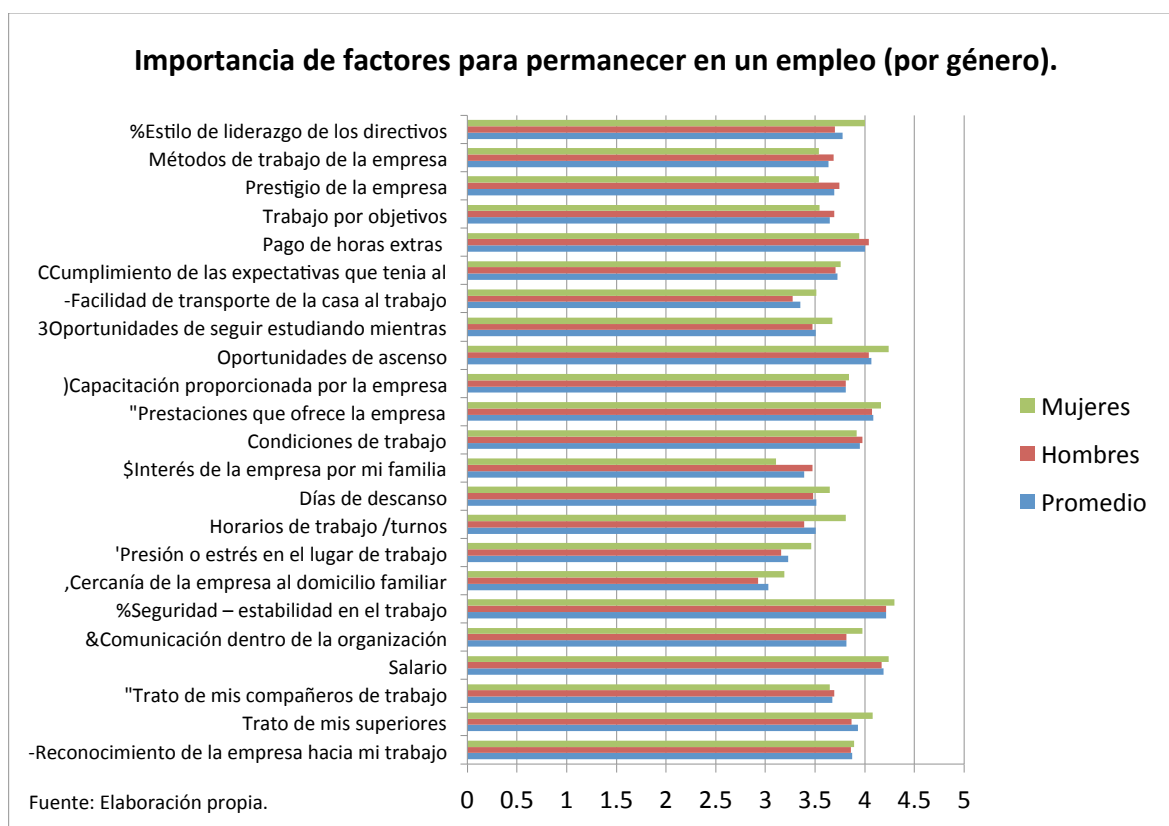


Figura 1. Gráfico sobre la importancia de los factores para la permanencia en un empleo (por género).

El análisis por niveles jerárquicos permite apreciar que para el personal operativo el factor más significativo es el salario, mientras que para el personal de mando medio es la seguridad-estabilidad en el trabajo.

Por estado civil, los solteros aprecian más las oportunidades de ascenso y el salario, mientras que los casados valoran fundamentalmente la seguridad-estabilidad en el trabajo.

Otra de las variables analizadas fue la estructura de valores de los trabajadores. Al igual que en la pregunta anterior se les pidió que otorgaran un valor máximo de 5 y mínimo de 1 a un grupo de valores que les fueron presentados. Los resultados se muestran en la Figura 2.

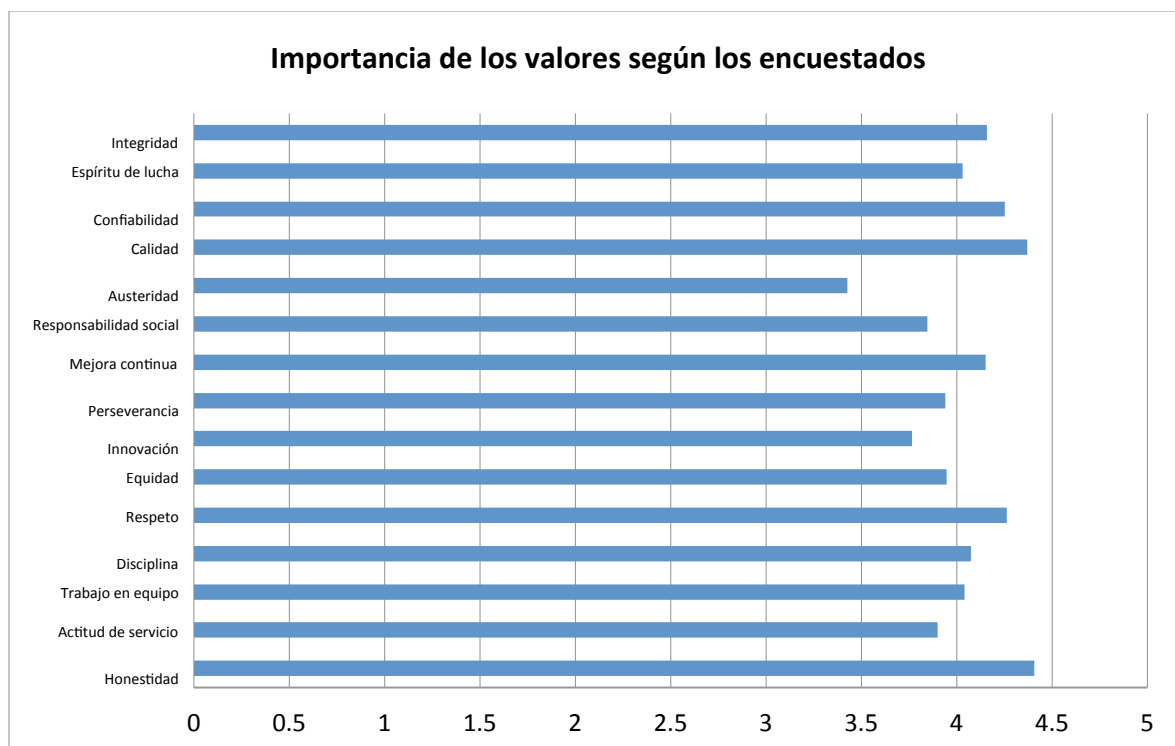


Figura 2. Resultados de la encuesta de la importancia de valores personales.

Como puede apreciarse, el valor que recibió un mayor peso específico por parte de los encuestados fue honestidad, seguido de calidad, disciplina y confiabilidad. En contraste, valores como austeridad, innovación y actitud de servicio fueron poco apreciados.

Al cuestionarse a los trabajadores sobre las principales causas de abandono de empleos anteriores (Figura 3), cuando se trató de cambios voluntarios, el factor señalado con mayor frecuencia fue la búsqueda de un mejor sueldo (31%) seguido de la búsqueda de mayores oportunidades de desarrollo personal (19%) y la oferta de un puesto de mayor jerarquía (14%).

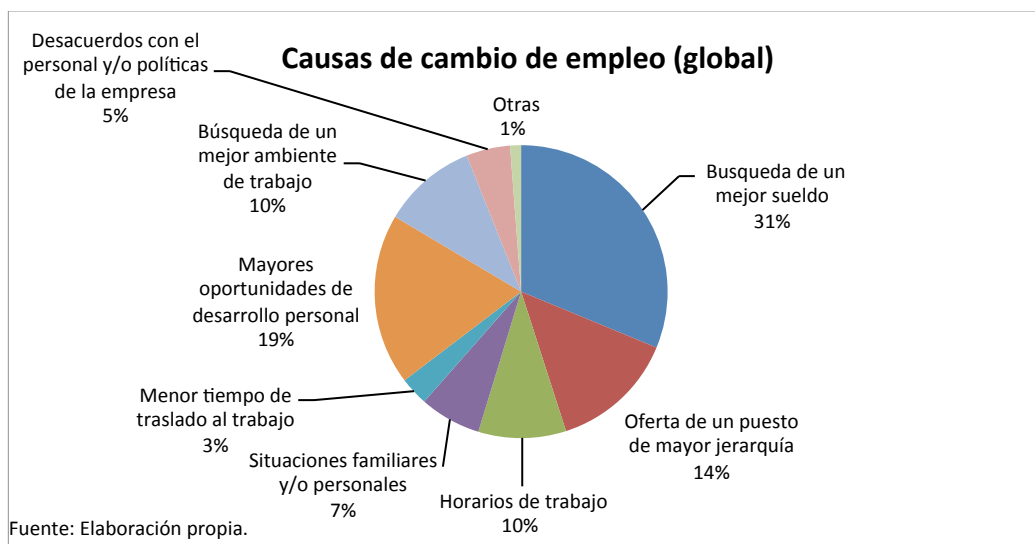


Figura 3. Causas de cambio de empleo.

La importancia relativa de estos factores es muy semejante tanto para el personal operativo (Figura 4) como para el personal de mando medio (Figura 5). Sin embargo, el personal operario manifiesta un mayor grado de sensibilidad al factor horarios de trabajo (11%) y situaciones familiares y personales (8%) mientras que los mandos medios dan mayor relevancia a la oferta de puestos de mayor jerarquía (18%).

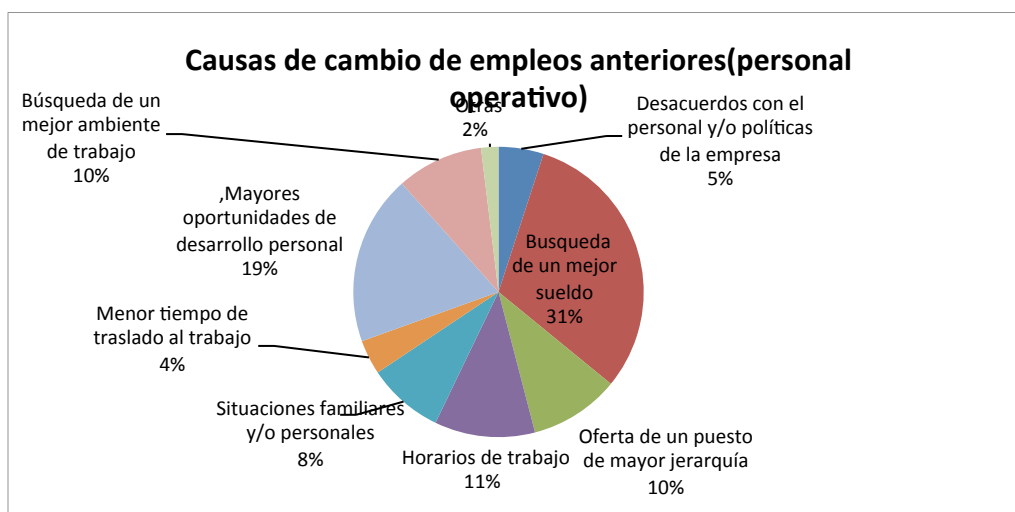


Figura 4. Causas de cambio de empleo por parte de personal operativo.

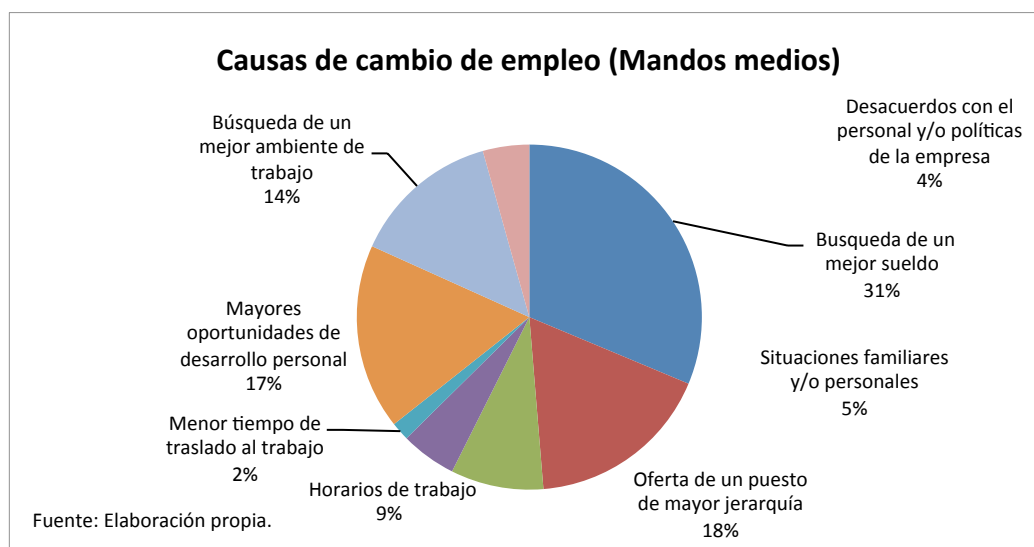


Figura 5. Causas de cambio de empleo por parte de los mandos medios.

El análisis de acuerdo al género de los encuestados muestra que las mujeres (Figura 6) dan mayor importancia que los hombres (Figura 7) a los factores horarios de trabajo (11%) y situaciones familiares y/o personales (10%), mientras que los hombres habrían cambiado de empleo con mayor frecuencia ante la oferta de un puesto de mayor jerarquía.

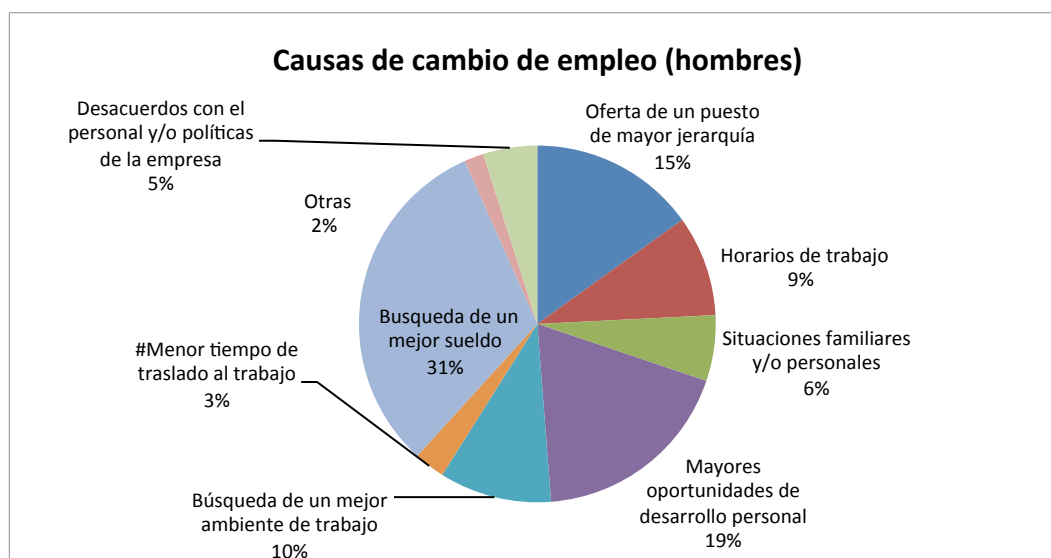


Figura 6. Causas de cambio de empleo por parte del personal masculino.

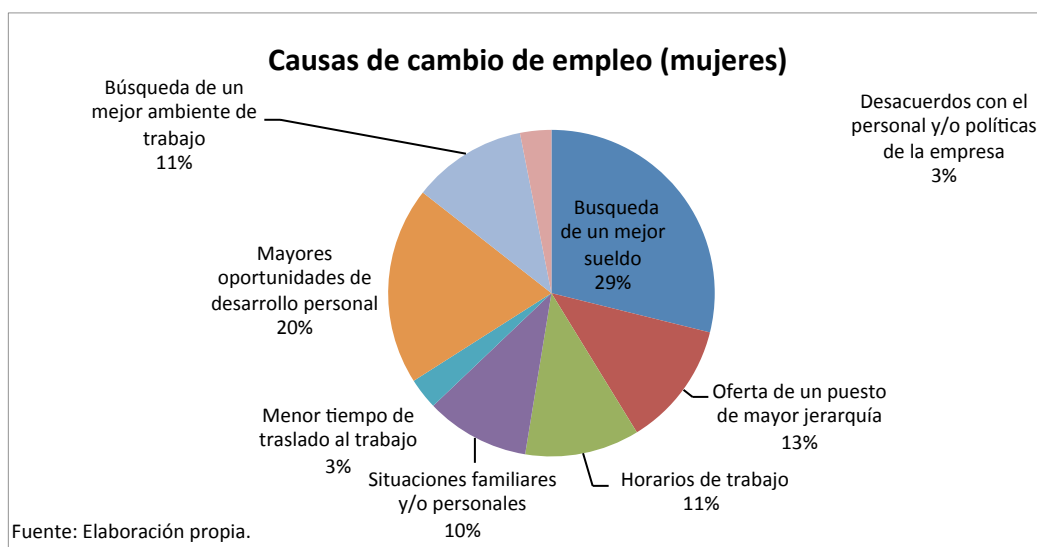


Figura 7. Causas de cambio de empleo por parte del personal femenino.

Finalmente, se exploró la variable *objetivos personales*, cuyo resultado se muestra en la Figura 8. Para esto se pidió a los encuestados que jerarquizaran de mayor a menor importancia una serie de objetivos, de los cuales el que recibió mayor importancia fue el de lograr solvencia económica, seguido de atender y disfrutar a la familia. Es interesante observar que el personal de mando medio privilegió el objetivo desarrollo personal, por encima, inclusive de estabilidad laboral y atender a la familia.

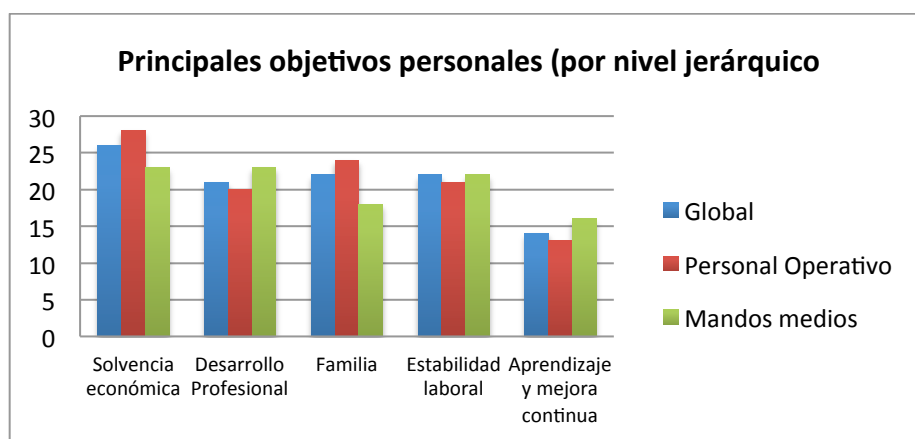


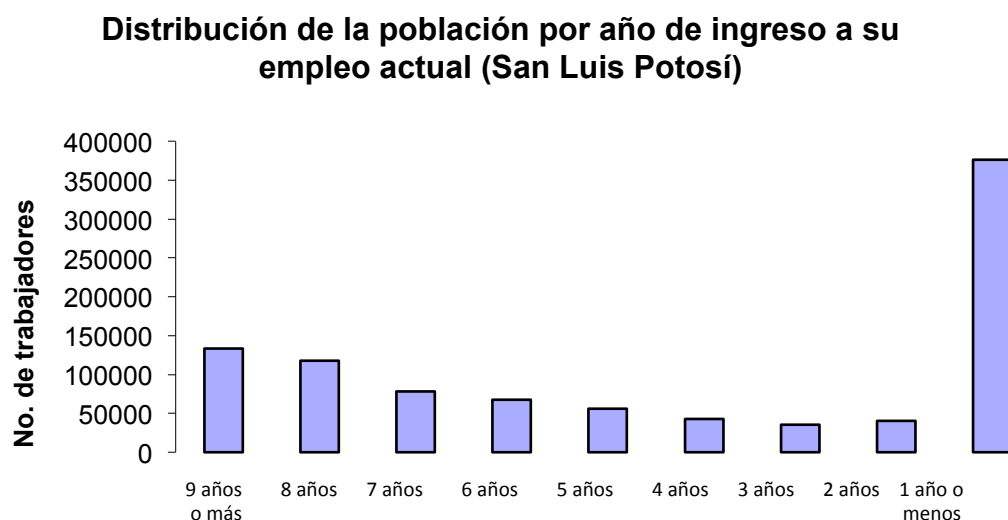
Figura 8. Objetivos personales con respecto a la búsqueda de empleo.

Otro hallazgo relevante es que en el análisis por género las mujeres dieron mayor importancia relativa que los hombres a desarrollo profesional, mientras que los hombres privilegiaron ligeramente el factor familia.

5. Perfil sociodemográfico y estabilidad de los trabajadores en su empleo

Con base en la información disponible en el sistema de consulta dinámica de INEGI, en lo referente a empleo y ocupación, se procedió a definir un indicador de estabilidad de los trabajadores en el empleo, mediante el siguiente proceso:

Se obtuvo la distribución de la población ocupada a nivel nacional y estatal de acuerdo al año en que ingresó a su empleo actual, mostrada en la Figura 9.



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI.

Figura 9. Distribución de población según la antigüedad.

La distribución es semejante, por lo que se procedió a determinar el promedio de años que los trabajadores llevan laborando en su empleo actual (Figura 10). A nivel nacional, este indicador quedó en 4.96 años y a nivel local en 5.1. Esta variación aunque poco significativa, indicaría que en San Luis Potosí la población es ligeramente más estable que a nivel nacional.

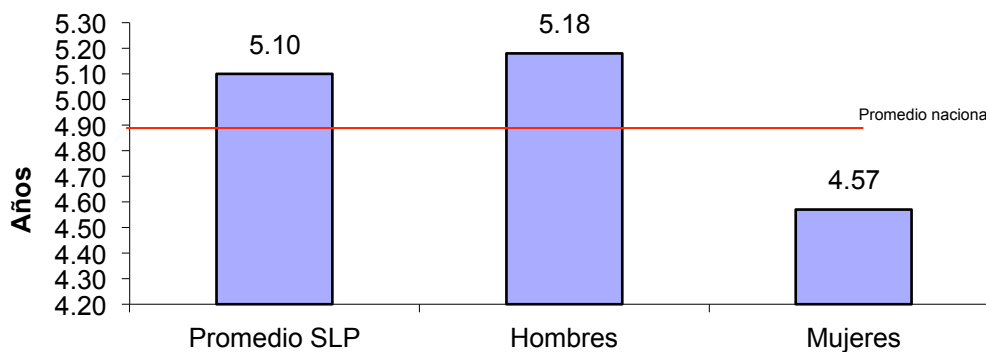
Posteriormente (Figura 11) se analizó la información sobre permanencia en el empleo actual filtrando los datos por género, edad, estado civil, número de hijos, zona donde habita el trabajador y horario de trabajo, observándose lo siguiente:

La población masculina tiende a permanecer más tiempo en el empleo que la femenina, ya que el indicador de permanencia de los hombres en el empleo actual es de 5.18 años, contra 4.57 de las mujeres.

La estabilidad también varía de acuerdo al número de hijos. La población sin hijos tiene una permanencia promedio inferior a quienes tienen de 1 a 2 hijos, y estos a su vez son menos estables que quienes tienen mayor número de hijos.

El factor de estabilidad también es sensible al estado civil de los trabajadores (Figura 12). Los trabajadores solteros tienen un promedio de permanencia en el empleo actual inferior al de los que se encuentran o han estado en unión conyugal.

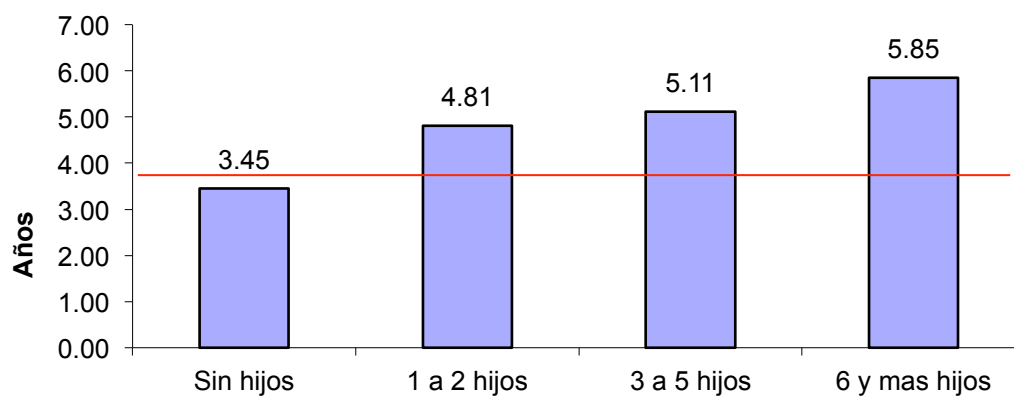
Años promedio de permanencia en el empleo actual por género



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI.

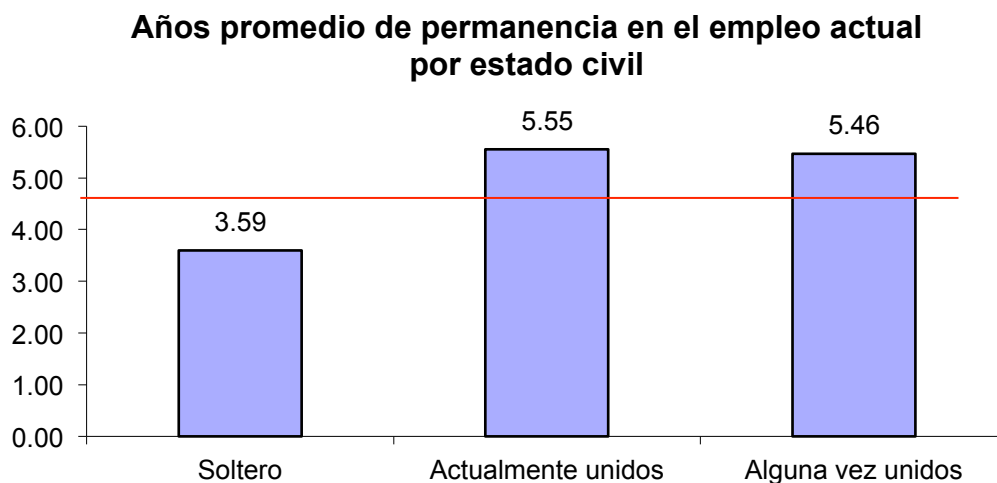
Figura 10. Estabilidad laboral actual por género.

Años de permanencia en el empleo actual por número de hijos



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI.

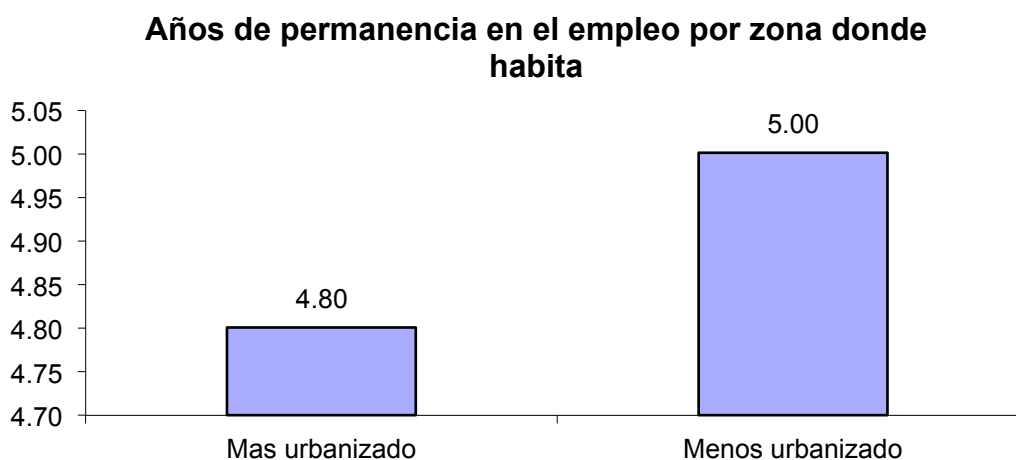
Figura 11. Estabilidad laboral en el empleo por número de hijos.



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI.

Figura 12. Estabilidad laboral por estado civil.

El medio donde habitan los trabajadores parece ser también un factor relacionado con la estabilidad (Figura 13), ya que en promedio los trabajadores que proceden de un medio menos urbanizado o rural tienen una permanencia superior al de los trabajadores urbanos.



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI

Figura 13. Estabilidad laboral por zona urbanizada.

Otro factor relacionado con la estabilidad es el horario de trabajo como se muestra en la Figura 14. Los empleados con horario mixto o diurno tienen una mayor permanencia que los trabajadores en horario nocturno o que rolan turnos.

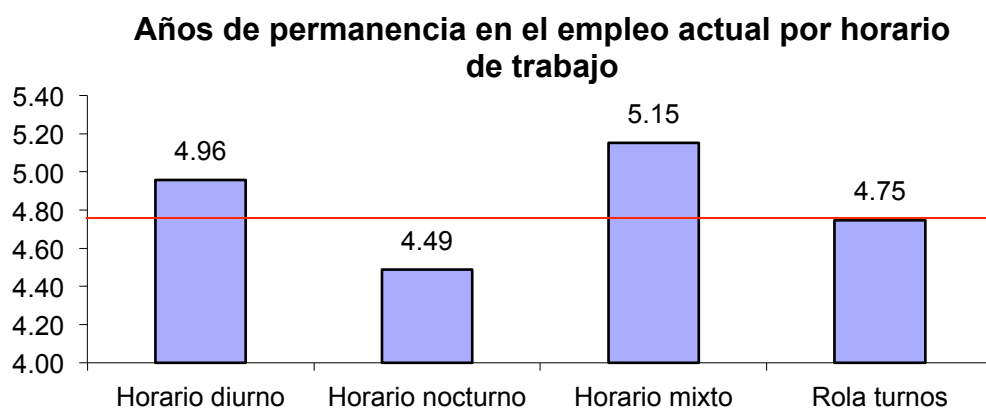


Figura 14, Estabilidad laboral por horario de trabajo.

La edad es otro de los factores que al parecer ejercen un efecto importante sobre la estabilidad en el empleo (Figura 15 y Figura 16). Sin embargo, es importante tomar en consideración que mientras más joven sea un trabajador, menos probable es que haya permanecido en un trabajo durante un período largo.

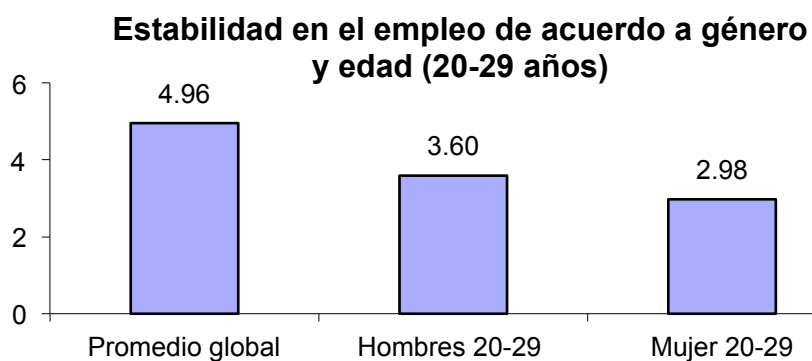


Figura 15, Estabilidad laboral en jóvenes menores de 29 años.

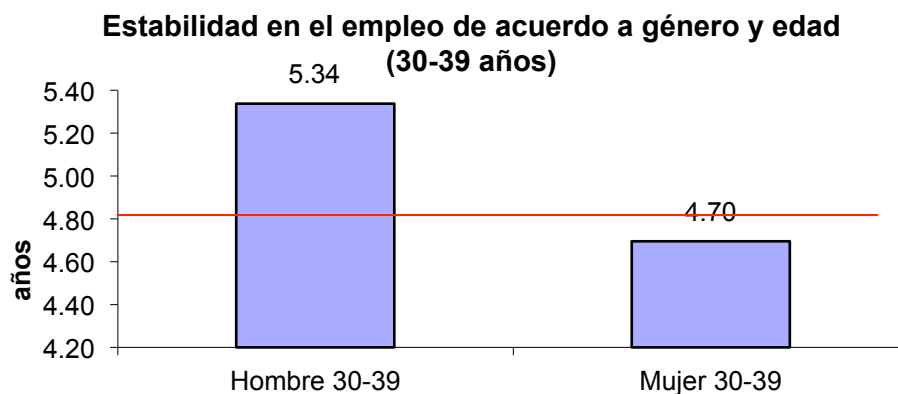
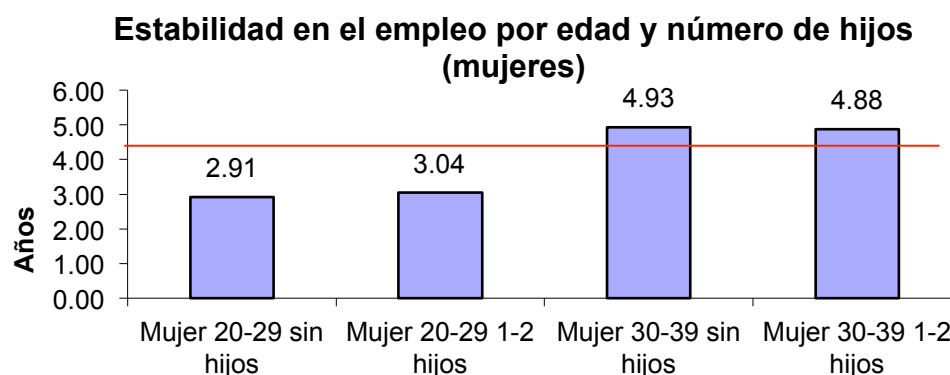


Figura 16. Estabilidad laboral en adultos de 30 a 39 años.

Hecha esta consideración se calculó la estabilidad de los trabajadores de entre 20 y 29 años y se comparó por género, encontrándose que los hombres tienen una permanencia promedio más alta que las mujeres. Este fenómeno se repite en el estrato de 30 a 39 años, aunque el promedio de permanencia se incrementa tanto para hombres como para mujeres.

Se tiene una percepción generalizada de que la maternidad es un factor que incide en la estabilidad de las trabajadoras femeninas. Con base en lo anterior se analizó la permanencia promedio de las mujeres por bloques de edad (Figura 17) y se encontró que las variaciones son mínimas entre las mujeres que no tienen hijos y las que tienen entre 1 y 2 descendientes.



Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos del Sistema de Consulta Dinámica de INEGI.

Figura 17. Estabilidad laboral por edad e hijos (mujeres).

Con base en los hallazgos anteriores, se pueden caracterizar algunos factores de estabilidad en el empleo, lo que a su vez nos acercaría a la definición de perfiles laborales del tipo más estable /menos rotador y menos estable/más rotador (Tabla 1).

	Menor permanencia		Mayor permanencia	
<i>Género</i>	Mujeres		Hombres	
Estado civil	Soltero	Alguna vez unido		Actualmente unido
Número de hijos	Sin hijos	1 a 2 hijos	3 a 5 hijos	6 o más hijos
Medio donde habita	Urbano			Rural
Horario de trabajo	Nocturno	Rola turnos	Diurno	Mixto
Edad	Más joven			Menos joven

Tabla 1. Perfil de estabilidad en el empleo por características sociodemográfica.

6. Conclusiones

El presente estudio tuvo como punto de partida la idea de que la rotación de personal es un fenómeno multicausal, en el que intervienen diversos factores que pueden tener un origen vinculado a las condiciones en el mercado de trabajo, el perfil sociodemográfico y cultural del personal, o las características del centro de trabajo.

Por lo tanto, en su manejo estarían involucradas múltiples decisiones tendientes a mejorar el proceso de selección y a estimular la permanencia de los trabajadores más estables.

En este orden de ideas, se detallan las siguientes consideraciones:

El mercado de trabajo puede tener influencia sobre la variable rotación en la medida en que se fijan promedios de ingreso superiores a los ofrecidos por una empresa, o se tiene una oferta de puestos de trabajo superior a la demanda. La migración hacia el extranjero es una variable siempre presente en el mercado de trabajo, que puede ejercer una influencia relevante sobre la

tasa de rotación cuando existen condiciones que hacen significativamente más atractivo para un trabajador salir del país, como sería una flexibilización en la política migratoria o un crecimiento significativo en la oferta de empleo.

Por otra parte, existe una serie de factores relacionados con la estabilidad en el empleo, es decir, la probabilidad de permanencia de un trabajador en un lugar de trabajo.

La mayoría de estos factores parecen estar relacionados con el perfil sociodemográfico de los empleados, lo que nos indicaría que se puede caracterizar un perfil de trabajadores rotadores que continuamente se encuentran buscando un empleo mejor remunerado o que les ofrezca mejores condiciones o facilidades.

De ser esto cierto, también existiría un perfil de trabajadores no rotadores cuyo nivel de estabilidad es más elevado, pero que manifiestan cierta sensibilidad hacia factores como la seguridad o estabilidad que les ofrece el lugar de trabajo, los sistemas de ascenso y promoción o los paquetes de prestaciones.

Considerando que entre las condiciones sociodemográficas que caracterizan al perfil de los trabajadores rotadores se encuentran el estado civil, la edad y el número de hijos, se estima que una persona puede transitar de un perfil rotador a uno no rotador en función de los eventos que se van sucediendo en su vida.

La variable cultura de trabajo puede ser otro factor relevante entre las causas de rotación, siempre y cuando exista un desfase significativo entre la filosofía y política de la empresa y las actitudes y valores de los trabajadores.

Siendo un fenómeno multicausal, la rotación de personal es un problema que difícilmente puede eliminarse por completo; sin embargo, se pueden tomar decisiones tendientes a administrarlo y reducir sus niveles de manera significativa.

Un criterio a considerar es el ajuste del proceso de selección de personal identificando desde antes del ingreso si el perfil de un candidato corresponde al de un trabajador más estable o menos estable, y por lo tanto mas o menos tendiente a la rotación (ver tabla 1).

Por otra parte, convendría evaluar la intensificación de los factores de arraigo o estabilidad en el empleo para el personal ya contratado o que cumple con los rasgos de no rotación.

Entre los factores de arraigo, según se pudo observar, se encuentran variables como la estabilidad-seguridad en el empleo, el sistema de prestaciones, y las oportunidades de ascenso.

Tanto los factores de arraigo como las causas de rotación se encuentran también diferenciados por cuestiones de género, edad y nivel jerárquico. Algunas decisiones de recursos humanos, particularmente en lo referente a la selección, pueden apoyarse en estas consideraciones.

Referencias

- Carrillo, J., y Santibáñez, J. (2001) “*Rotación de personal en las maquiladoras*”. El Colegio de la Frontera Norte, Tijuana México.
- Covarrubias, A. (1997). *Cambio en las relaciones laborales, los mercados de trabajo y el perfil obrero en México: el caso de Ford Hermosillo*. Estudios Sociológicos.
- English W., Williams, S. Ibarreche S. (1989). *Employee Turnover in the maquiladoras*. Journal of borderlands studies, Vol IV Num 2.
- Lucker, W. (1987) “The Hidden Cost of Worker Turnover: *A case study in bond-industry in Mexico*”. Journal of borderlands studies, Vol II Num 3, Las Cruces.
- STPS (2008). *Panorama anual del observatorio laboral mexicano*. Secretaría del Trabajo y Previsión Social.
- INEGI (2016) *Encuesta mensual industrial*. México.
- INEGI (2016). *Indicadores de Coyuntura para el Estado de San Luis Potosí*.
- STPS-INEGI (2016). *Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE)*. México.
- STPS (2016). *Información laboral de San Luis Potosí, Abril*.

Medición de la diversidad de las unidades económicas de turismo utilizando el índice de Shannon-Weaver y la distribución espacial, caso pueblos mágicos

Real de Catorce y Xilitla.

M.C.G.A. Mayra Angélica Bárcenas Castro^{1,2}

Resumen

En el sector turístico, la diversidad de las unidades económicas funge un papel importante en el desarrollo social y cultural de un área geográfica. Este trabajo utiliza el índice de diversidad de Shannon-Weaver, conocido también como la entropía de información para medir la diversidad de unidades económicas de turismo en los pueblos mágicos de Real de Catorce y Xilitla en el estado de San Luis Potosí, México.

Se utiliza los Sistemas de Información Geográfica con el fin de analizar la distribución espacial de estas unidades. Se observa similitud en la distribución de las unidades económicas de turismo entre ambas localidades. Sin embargo, existe una mayor diversidad de servicios turísticos en Real de Catorce.

Palabras clave: Índice de diversidad Shannon-Weaver, entropía de información, unidades económicas, turismo, SIG, pueblos mágicos.

Abstract

In tourist sector, diversity of economical units serves a role important in social and cultural development of a geographic area. This work uses Shannon-Weaver diversity index, also known

¹ mayrabarcenas0422@gmail.com

² Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Av. Tecnológico S/N. Col. UPA. Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí

as information entropy, to measure the diversity of economic units of tourism in the magical towns of Real de Catorce and Xilitla in the state of San Luis Potosi, Mexico. Geographic information system is used in order to analyse the spatial distribution of these units. There is similarity in the distribution of the economic units of tourism between both locations. However, there is a greater diversity of tourist services in Real de Catorce.

Key Words: Information entropy, economic units, tourism sector, GIS, magical towns.

1. Introducción

El Índice de Shannon-Weaver sirve para medir cualquier función que tenga un valor mínimo cuando todos los elementos son de una misma especie, un valor máximo cuando cada elemento es de una especie distinta y que además sea poco sensible a la muestra.

Esta metodología ha sido aplicada en diferentes disciplinas como por ejemplo Trama et. al. (2013) en Ecología para medir la biodiversidad en un territorio y Aguilera & Bárcenas (2014) en Economía para medir la diversidad de unidades económicas en dos Áreas Geográficas Estadísticas Básicas (AGEB) en la Zona Metropolitana de San Luis Potosí.

La diversidad según la Real Academia Española (RAE) es la variedad, abundancia de la gran cantidad de cosas distintas, en este sentido el concepto se puede aplicar a diferentes disciplinas. Este trabajo está inspirando en aplicar el Índice de Shannon-Weaver en Turismo, en donde las especies son las unidades económicas que pertenecen al sector Turismo de acuerdo a la Secretaria de Turismo (SECTUR) y Directorio Nacional de Unidades Económicas (DENU) del

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) en el área correspondiente a los pueblos en estudio.

Las localidades que se evaluaron fueron Real de Catorce y Xilitla que son considerados pueblos mágicos del estado de San Luis Potosí, entendiendo como pueblo mágico según la SECTUR una localidad que tiene atributos simbólicos, leyendas, historias, hechos trascendentes e inclusive magia que emanan en cada una de sus manifestaciones socioculturales y que significa hoy en día una gran oportunidad para el aprovechamiento turístico. Adicionalmente se utilizarán los Sistemas de Información Geográfica (SIG) que se han convertido en una herramienta útil para el análisis de distribuciones espaciales, principalmente la relación de las sociedades con su entorno. Cuando se intenta analizar la equidad espacial las aplicaciones que cuantifican y mapean generan una mejor visión en la toma de decisiones; así la geografía cuantitativa permite la interdisciplina en cuanto a las capacidades de abordar múltiples perspectivas y paradigmas (Buzai & Baxendale (2006)).

2. Metodología

Shannon y Weaver (Shannon (1948) y Shannon & Weaver (1949)) discutieron formalmente la transmisión de la información y admitieron como hipótesis que un sistema dinámico comunica alguna información de su pasado P_i , aunque no necesariamente toda al futuro P_f , a través de un canal del cual se desconocen sus propiedades estadísticas $P_{f/i}$. En este sentido la forma de medir la información en una fuente propuesta por Shannon, es similar a la usada por Boltzmann para la entropía de un estado dado de la materia. Esta propuesta también es

conocida como la entropía de información. La entropía puede ser vista desde dos tipos de variables cuantitativas: discreta o continua (González et. al. (2002)).

El objetivo de utilizar la entropía de información es para obtener la homogeneidad o heterogeneidad de un rubro, en este sentido una mayor entropía implica diversidad de servicios turísticos en un área geográfica, mientras que una menor entropía se refiere a una menor variedad de servicios turísticos (Shannon & Weaver (1949)). El obtener una entropía menor no necesariamente es un mal resultado. Si se implementa este concepto a un servicio turístico dirigido a un objetivo temático se obtendrá una menor entropía debido a la polarización de los servicios.

La entropía de variables discretas propuesta por Shannon (1948) está dado por:

$$H' = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i \quad (1)$$

donde:

H' es el índice de Shannon-Weaver o entropía de información.

P_i es la abundancia relativa de cada categoría de unidades económicas de turismo.

n es el número total de unidades económicas turísticas.

$\log_2 x$ es el logaritmo base 2 y presenta la información en código binario.

El uso del logaritmo base dos es para considerar dos categorías con la misma frecuencia. En este caso, se considera la unidad de información como bit (0 ó 1) con la misma probabilidad.

En cuatro categorías diferentes entonces se tendrían dos bits (00, 01, 10 y 11), así sucesivamente (Castro et.al. (2006)).

Conjuntamente se utilizó el Mapa Digital V6.1 un SIG desarrollado por el INEGI que integra información de elementos naturales y culturales que conforman el entorno geográfico de México, además por su facilitación de uso gratuito. Se elaboraron los mapas de ubicación y distribución de las unidades económicas de turismo (UET) de Xilitla y Real de Catorce.

3. Resultados

De acuerdo a la información del Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal (INAFED) el municipio de Real de Catorce se encuentra localizado en la parte norte del estado de San Luis Potosí, en la zona Altiplano. Los límites municipales son: al norte Vanegas; al noreste con Cedral, al este Villa de la Paz; al sureste Villa de Guadalupe; al sur Charcas; al suroeste Santo Domingo; al oeste estado de Zacatecas. El municipio de Xilitla se encuentra localizado en la parte sureste del estado, en la zona huasteca, la cabecera municipal. Sus límites municipales son: al norte con Aquismón y Huehuetlán; al este, Axtla de Terrazas, Matlapa y Tamazunchale, al sur, el Estado de Hidalgo, al oeste, el estado de Querétaro

En la Figura 1 se muestra la ubicación de los municipios de Xilitla y Catorce, donde se encuentran los pueblos en estudio, dentro del estado de San Luis Potosí, México.

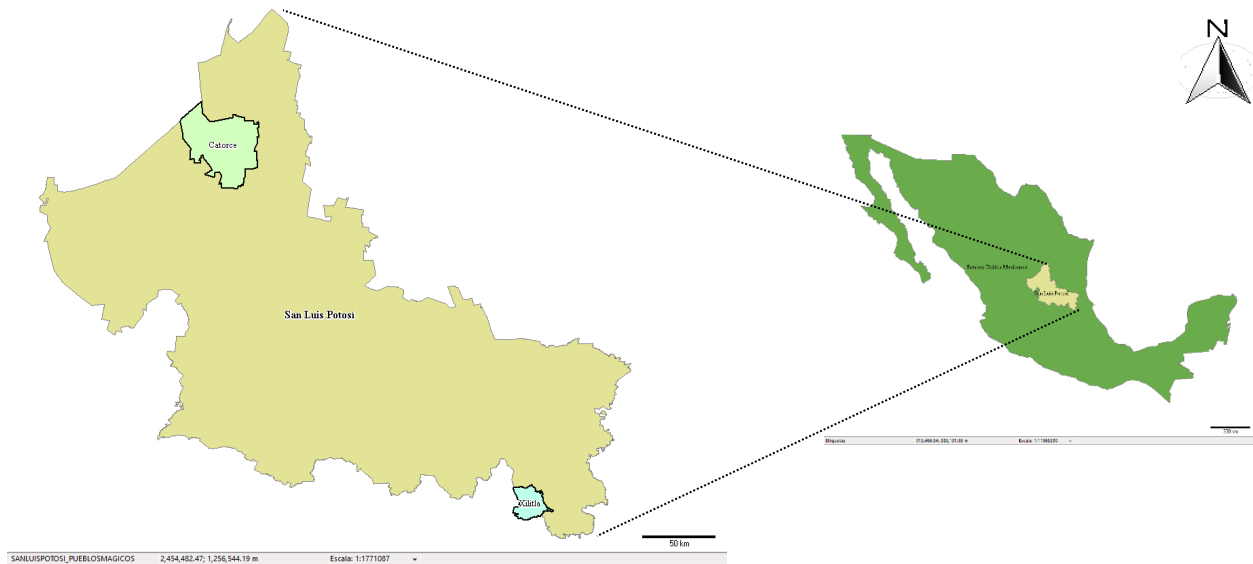


Figura 1. Ubicación geográfica de pueblos mágicos Xilitla y Real de Catorce, San Luis Potosí, México.

Fuente: INEGI-SECTUR. Elaboración propia.

La ubicación de las unidades económicas de turismo dentro del municipio de Real de Catorce, S.L.P., México se muestran en la figura 2

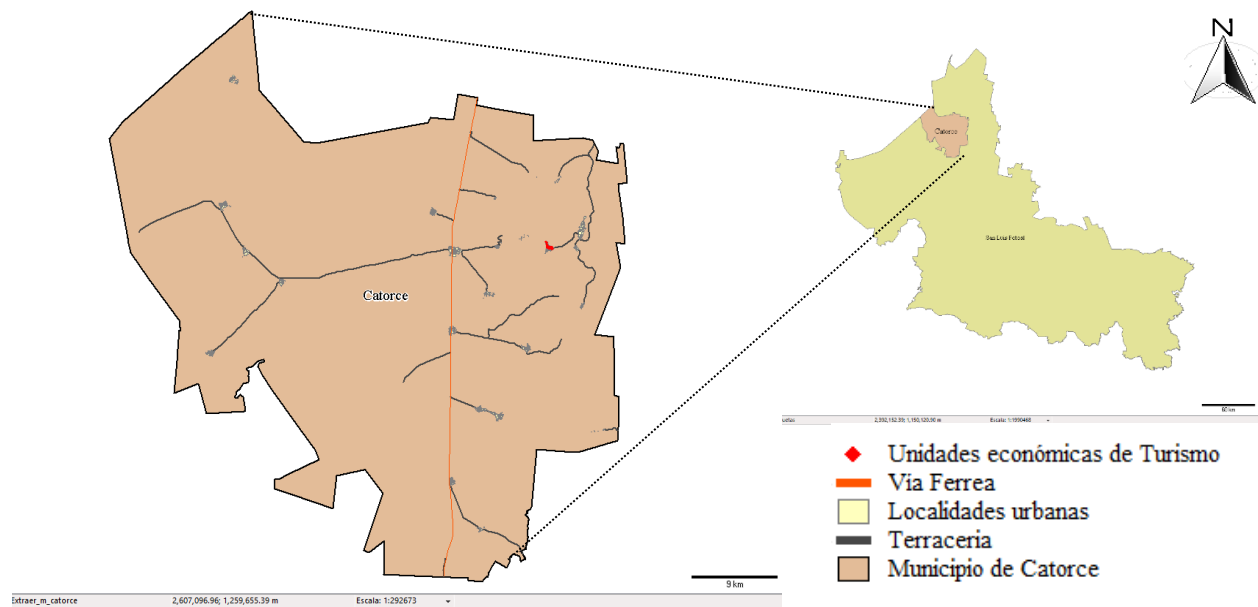


Figura 2. Localización espacial de las unidades económicas dentro del municipio de Catorce y como estas se concentran alrededor del pueblo de Real de Catorce. Fuente: INEGI-SECTUR. Elaboración propia

La distribución de las unidades económicas de Turismo de la comunidad de Real de Catorce, S.L.P., México se muestra en la figura 3.

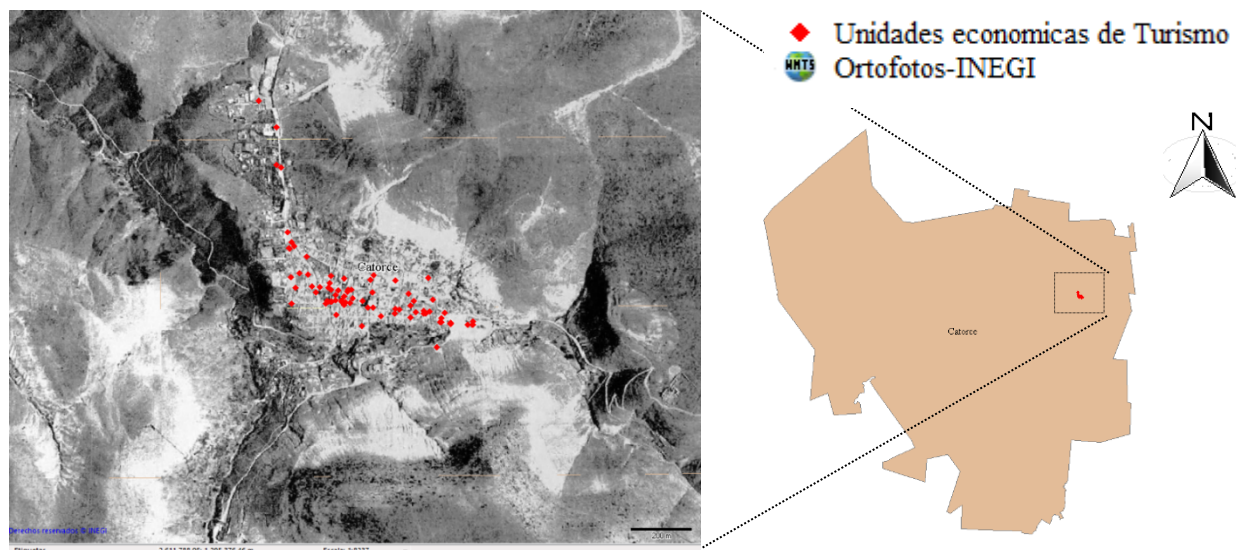


Figura 3 Distribución de las unidades económicas de turismo dentro del pueblo de Real de Catorce.

Fuente: INEGI-SECTUR. Elaboración propia

La figura 4 muestra la localización espacial de las unidades económicas dentro del municipio de Xilitla y como estas se concentran alrededor de la localidad de Xilitla.

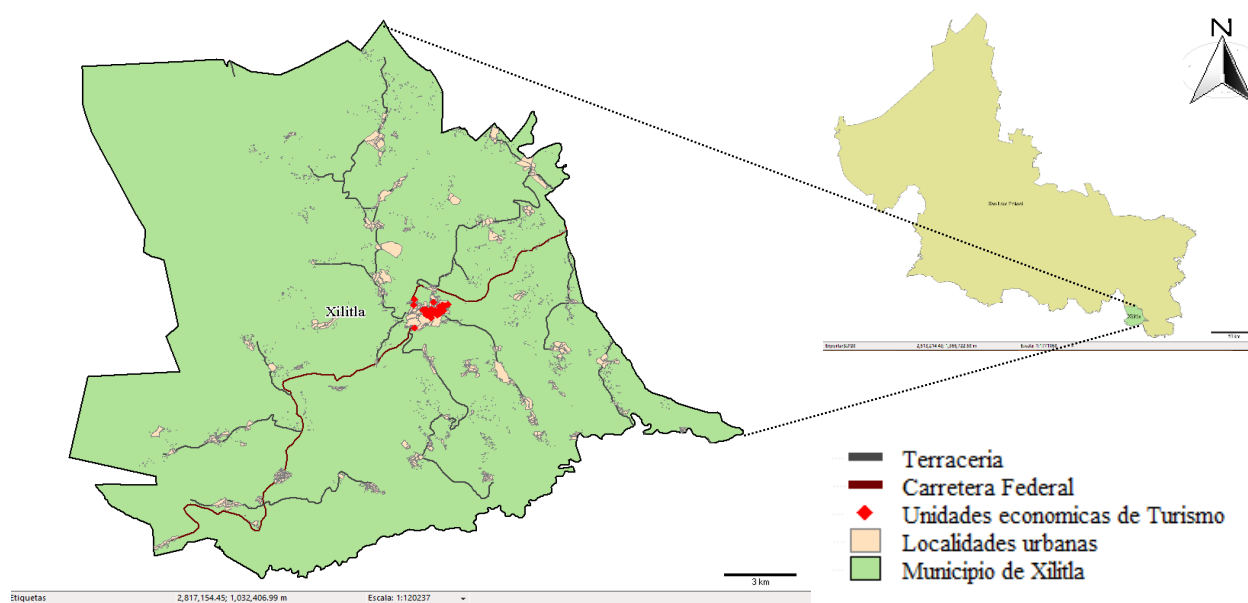


Figura 4. Ubicación de las unidades económicas de Turismo del municipio Xilitla S.L.P.

Fuente: INEGI-SECTUR. Elaboración propia

La distribución de las unidades económicas de turismo dentro de la zona urbana se visualiza en la Figura 5.

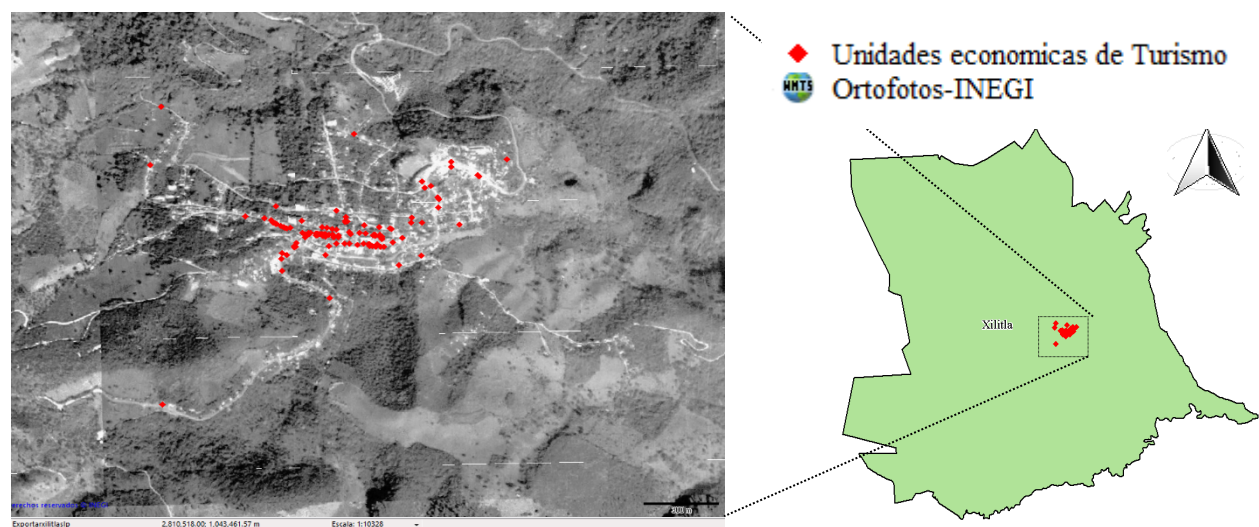


Figura 5. Distribución de las unidades económicas de turismo de la ciudad de Xilitla, S.L.P. México.

Fuente: INEGI-SECTUR. Elaboración propia

En la Tabla 1 se muestra la cuantificación de las unidades económicas turísticas de cada pueblo mágico, donde se puede observar que Xilitla contiene más unidades que Real de Catorce; sin embargo, Real de Catorce tiene más variedad de servicios turísticos como lo son lugares turísticos culturales, billares, artistas, escritores y técnicos independientes, museos del sector privado, hoteles sin otros servicios integrados y centros de acondicionamiento físico del sector privado.

Clase o actividad de unidades económicas de turismo para Real de Catorce y Xilitla, S.L.P. México		
Taxonomía de unidades económicas turísticas	Real de Catorce	Xilitla
Lugares Turísticos culturales.	6	-
Billares.	1	-
Promotores del sector público de espectáculos artísticos, culturales, deportivos y similares que cuentan con instalaciones para presentarlos.	2	1
Artistas, escritores y técnicos independientes.	1	-
Museos del sector privado.	1	-
Bares, cantinas y similares.	4	17
Restaurantes con servicio de preparación de tacos y tortas.	5	9
Restaurantes con servicio de preparación de antojitos.	9	24
Restaurantes que preparan otro tipo de alimentos para llevar.	1	5

Cafeterías, fuentes de sodas, neveras, refresqueras y similares.	3	9
Restaurantes con servicio de preparación de alimentos a la carta o de comida corrida.	11	22
Pensiones y casas de huéspedes.	5	1
Hoteles sin otros servicios integrados.	16	11
Cabañas, villas y similares.	1	-
Hoteles con otros servicios integrados.	10	1
Restaurantes con servicio de preparación de pizzas, hamburguesas, hot dogs y pollos rostizados para llevar.	3	9
Restaurantes con servicio de preparación de pescados y mariscos.	1	2
Servicios de preparación de otros alimentos para consumo inmediato.	3	3
Centros de acondicionamiento físico del sector privado	-	2
Total	83	116

Tabla 1. Actividad de unidades económicas de Turismo del pueblo mágico Real de Catorce.

Fuente INEGI y SECTUR. Elaboración propia

Para poder cuantificar la sustentabilidad de un lugar se pondera la variedad de los servicios turísticos ofrecidos. En la Tabla 1 se muestra la diversidad de cada uno de los pueblos en estudio y comparando coadyuvará a la toma de decisiones para aumentar su derrama económica. El hecho de que un área geográfica cuente con más unidades económicas de turismo, no implica que sea un lugar diverso, pues este puede ser un lugar donde su objetivo sea cierto rubro específico. Aplicando la entropía de información, mencionada en la ecuación (1), los resultados obtenidos se observan en la Tabla 2 donde se considera cada unidad turística con la misma probabilidad.

H' de Real de Catorce	3.64255663
H' de Xilitla	3.32655963

Tabla 2. Entropía calculada de Real de Catorce y Xilitla respectivamente.

4. Conclusiones

Se puede observar que los mapas de las unidades económicas de turismo de los dos pueblos mágicos se encuentran concentradas en un cierto lugar, ya que dichos pueblos mágicos además son caracterizados por su amplia vegetación y relieve, es decir por su paisaje natural.

En el caso de la Figura 3 y Figura 5 se visualizó la distribución espacial de las unidades económicas de turismo con más detalle de los pueblos mágicos y se observó una cierta similitud entre ellos.

Por otra parte, la comparación de la Tabla 1, Xilitla contiene más unidades económicas de turismo en comparación Real de Catorce. Particularmente en el caso de los lugares culturales y en los alojamientos temporales Real de Catorce muestras más unidades económicas que el municipio de Xilitla.

En este sentido en el trabajo de Pérez et. al. (2012) pone en evidencia una clara falta de recursos de alojamiento temporal como son áreas de campismo y de cabañas en la zona huasteca, tal es el caso de Xilitla que pertenece a dicha zona, por lo que actualmente sigue prevaleciendo esta área de oportunidad.

A pesar de que Xilitla cuenta con más unidades económicas de turismo, Real de Catorce es más diverso en cuanto a unidades económicas de Turismo, por lo que lo hace más atractivo y sustentable.

El uso de metodologías cuantitativas y cualitativas contribuye a la toma de decisiones y a un análisis más detallado, sin embargo, para López et.al. (2015) existe una clara falta de inventario de recursos turísticos como base en la planificación y elaboración de estrategias, para promover el potencial turístico en el estado de San Luis Potosí, México.

Referencias

- Acevedo Benitez, J., & Váldez Vázquez, I. (2006), *¿Cómo medir la diversidad?*. TESE.
- Aguilera Ontiveros, A., & Bárcenas Castro, M. A. (2014). *Medición de la diversidad comercial minorista en áreas urbanas a través del uso de los índices de Shannon-Weaver y de Ullman-Dacey*. Estudios Geográficos, 75(277), 455-478.
- Guisande, C. (2006). *Tratamiento de datos*, pp 313 – 314.
- Chinchilla, A. M. P. (2002). *Entropía e información: análisis de la propagación sísmica en las Béticas* (Vol. 17). Universidad Almería. pp. 59-61.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), “*DENUE*”, Consultado el 01 noviembre del 2016.
- Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal (INAFED), “*Caracterización general en turismo y comercio de los municipios de Xilitla y Real de Catorce*”, link consultado: <http://www.inafed.gob.mx/>. Consultado el 01 de mayo del 2016.

- Lagunas D., (2007), *“Antropología y Turismo”*, editorial Plaza y Valdez, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, pp. 221.
- López, P. B., Solís, V. V., Agüero, J. A. R., & Chávez, M. G. G. (2015). *Inventario de recursos turísticos como base para la planificación territorial en la zona Altiplano de San Luis Potosí, México*. Cuadernos de Turismo, (35), 17-42.
- Reyes-Pérez, Ó., Vázquez-Solís, V., Reyes-Hernández, H., Nicolás-Caretta, M., & Rivera-González, J. G. (2012). *Potencial turístico de la región Huasteca del estado de San Luis Potosí, México*. Economía, sociedad y territorio, 12(38), 249-275.
- Trama, F. A., Marcacuzco, M., & Abel, J. (2013). *Biodiversidad de macroinvertebrados bentónicos en el sistema de cultivo de arroz en el sector muñuela margen derecho en Piura, Perú*. Ecología Aplicada, 12(2), 147-162.

Revisión de sistemas en el formalismo Lagrangiano

Dr. Clifford Benjamín Compeán Jasso^{1,2}

Resumen

Este trabajo presenta algunos sistemas explicados bajo el principio de mínima acción. Se da el Lagrangiano del cual se forma modelos matemáticos para diferentes áreas del conocimiento. Bajo este formalismo se puede obtener las ecuaciones de Maxwell de la teoría electromagnética hasta el comportamiento de sistemas dinámicos.

Palabras clave: Principio de mínima acción, leyes de conservación, control.

Abstract

This work show some system explained by the least action principle. From different areas some mathematical models are explained by a Lagrangian function. Via this model, it is possible obtain from the Maxwell equations in electromagnetic theory to behaviour of dynamical systems.

Key Words: Least action principle, conservations law, control

5. Introducción

Transcurría el año de 1915. En el Imperio Germánico existía una atmósfera bélica, unos meses antes había empezado la gran guerra. La universidad de Göttingen tenía por primera vez en su historia a una mujer dando catedra, Amalie Emmy Noether. Fue invitada y defendida por dos de los personajes más influyentes del campus y del mundo científico moderno, David Hilbert y Felix Klein. Esta dama ingresó sin pago ni posición oficial a pesar de una campaña sexista en

¹ compean.cliffor@itslp.edu.mx

² Instituto Tecnológico de San Luis Potosí, Av. Tecnológico S/N. Col. UPA. Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí

su contra. En ese mismo año Noether, la matemática, realizó un trabajo que cambió la forma de ver el mundo de la física. El descubrimiento de Noether, publicado en 1918 (Noether, 1918), presentan dos teoremas, simplificados en los siguientes enunciados

- I. *Si un sistema basado en una acción mínima, I , invariante a un grupo G_k (invariante ante k simetrías continuas independientes), entonces tiene un número k de expresiones que se conservan. Esto implica la invariancia de I bajo el grupo G_k .*
- II. *Si la acción mínima, I , es invariante del grupo $G_{\infty k}$ (grupo infinito) e involucra funciones arbitrarias y sus derivadas, entonces existen k identidades que relaciona las funciones y sus derivadas, obtenidas bajo el principio de mínima acción.*

Estos dos teoremas representan, desde un punto de vista matemático, una forma de visualizar la naturaleza mediante un conjunto de leyes obtenidas mediante el análisis de las simetrías que están presentes.

Los físicos implementaron los teoremas a su estudio con excelentes resultados. Ambos teoremas tiene interpretaciones que permiten reproducir y expandir teorías y modelos. Desde un punto de vista físico, los teoremas tienen la siguiente interpretación (Kosmann-Schwarzbach, 2010)

- I. El primer teorema permite la generalización de muchas leyes de conservación y explica porque no cambian estas leyes mientras que evoluciona el sistema.
- II. El segundo teorema relaciona las simetrías descritas por un número dados de funciones arbitrarias (campos) mediante un sistema de ecuaciones diferenciales. Aplicable a sistemas donde se analiza la acción de un campo.

La idea presentada por Noether junto con sus trabajos posteriores fue tal que es considerada por personajes como Albert Einstein y David Hilbert como la mujer más importante en la historia de las matemáticas.

Para comprender el concepto y la importancia de estos teoremas, es necesario comprender el principio de mínima acción y la formulación Lagrangiana y Hamiltoniana (Landau & Lifshitz, 1994). La cual, junto con sus aplicaciones, es el enfoque de este trabajo.

Este artículo empieza introduciendo, en la sección 2, el principio de mínima acción y la descripción Lagrangiana, así como los elementos básicos para la descripción de restricciones. Posteriormente en la sección 3, se hace referencia a la formulación Lagrangiana de diferentes áreas de la física. Después, se presentarán en la sección 4 algunos casos de la formulación de mínima acción para áreas diferentes a la física. Para completar el estudio se presenta el tratamiento para sistemas dispersivos en la sección 5. Para finalizar se presentan las conclusiones.

6. Principio de mínima acción y el formalismo Lagrangiano

a. Principio de mínima acción

El principio de mínima acción es un mecanismo que ha sido estudiado ampliamente desde el siglo XVII. D'Alembert había generalizado las leyes de Newton en 1743 utilizando la idea, mientras que Fermat había aplicado el principio casi un siglo antes en la óptica. El concepto de acción se atribuye a Pierre-Louis Moreau de Maupertuis que menciona en 1744 que **“La**

naturaleza es económica en todas sus acciones". Euler y Leibniz, desarrollaron esta idea incluyendo el cálculo de variaciones.

El formalismo del principio de mínima acción (Landau & Lifshitz, 1994) inicia con una acción, I , que describe un fenómeno el cual es una función escalar. Si el fenómeno evoluciona (siendo τ la variable de evolución) desde τ_0 hasta τ_f , entonces la acción del proceso se puede describir como una integral, I , tal que

$$I = S|_{\tau_0}^{\tau_f} = \int_{\tau_0}^{\tau_f} L d\tau, \quad (2)$$

donde L es una función llamada Lagrangiano y definida como

$$L = \frac{dS}{d\tau}. \quad (3)$$

No se debe confundir la acción, I , con la función de acción, S . El principio de mínima acción se refiere a minimizar la integral I , la cual no necesariamente significa minimizar S .

Como primer caso se considera que el Lagrangiano es una función de tanto de τ , como de x y su derivada, $\dot{x} = dx/d\tau$, es decir, $L \equiv L(\tau, x, \dot{x})$. Sin embargo, en una gráfica de $x(\tau)$ la trayectoria que describe la acción escogida por la naturaleza (descrita en la ecuación (1)) no es la única posible. Esto debido a que x y $\dot{x}$ pueden ser arbitrarias como se muestra en la figura 1. Distingamos la trayectoria que minimiza la integral, I , (línea gruesa) de todas las posibles trayectorias (líneas punteadas).

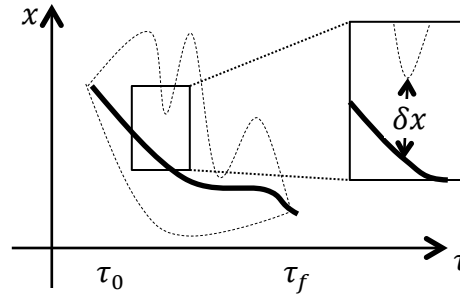


Figura 9. Representación esquemática de las posibles trayectorias para una acción. La línea sólida representa la trayectoria que minimiza I (ecuación (1)) mientras que las líneas punteadas representan otras posibles trayectorias, donde la δx es la diferencia entre las trayectorias respectivas.

Si este sistema describe un fenómeno real, entonces debe de ser tal que la variación de I , entre la acción natural y la acción que minimiza I debe ser 0, es decir

$$\delta I = \delta \left(\int_{\tau_0}^{\tau_f} L d\tau \right) = 0. \quad (4)$$

Las posibles diferencias pueden causarse por pequeñas variaciones no cero de $x^* = x + \delta x$ y $\dot{x}^* = \dot{x} + \delta \dot{x}$. Estas variaciones afectan de manera directa al Lagrangiano, L , el cual depende de x y $\dot{x}$. Al realizar el cálculo de variaciones (Landau & Lifshitz, 1994) se obtiene que, para que se cumpla la ecuación (3) es necesario que el Lagrangiano cumpla con la expresión

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = 0, \quad (5)$$

conocida como la ecuación de Euler-Lagrange. La ecuación (4) es básica no solamente en la física, sino en diferentes áreas del conocimiento, ya que si se puede representar un problema que se represente como una integral definida que se quiera minimizar, se identifica el Lagrangiano, el cual permitirá obtener su comportamiento del sistema al resolver la ecuación (4).

Junto con el formalismo Lagrangiano, se puede definir una función conocida Hamiltoniana, $H \equiv H(\tau, x, p)$, como

$$H = p\dot{x} - L = \frac{\partial S}{\partial \tau}, \quad (6)$$

donde p representa los momentos generalizados y está definido como

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}. \quad (7)$$

Si bien se describe el mismo sistema, se reduce a un par de ecuaciones diferenciales de primer orden,

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}. \quad (9)$$

Ambos formalismos son equivalentes. Pero, en algunos casos es posible encontrar inmediata integrales en las ecuaciones (7) y (8). Estos casos surgen cuando el Hamiltoniano, H , no depende del tiempo de manera explícita. En esas situaciones, al derivar con respecto a τ y mediante las ecuaciones (7) y (8) se obtiene

$$\frac{dH}{d\tau} = \dot{x} \frac{\partial H}{\partial x} + \dot{p} \frac{\partial H}{\partial p} = -\dot{x}\dot{p} + \dot{p}\dot{x} = 0,$$

lo cual implica que el Hamiltoniano es una constante,

$$H \equiv H(x, p) = \text{Constante}. \quad (10)$$

Se ha presentado el principio de mínima acción para sistemas donde el fenómeno a describir depende de una función que representa la evolución, τ , y una variable arbitraria y sus derivadas,

x y $\dot{x}$. Este modelo se puede extender a sistemas más elaborados. Para sistemas donde se tiene n funciones arbitraria $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y sus respectivas derivadas $(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$. Bajo esta situación, el formalismo Lagrangiano sigue empleando la definición dada en las ecuaciones (1), (2) y (3), sin embargo, la ecuación (4) se cambia por un conjunto de ecuaciones dadas por

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} - \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) = 0, \quad (11)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$. Es decir se obtiene una ecuación de Euler-Lagrange por cada función.

Para el conjunto de elementos que describen el formalismo Hamiltoniano, la descripción del sistema se simplifica en las siguientes ecuaciones

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}, \quad (12)$$

$$H = \sum_{i=1}^n p_i \dot{x}_i - L = \frac{\partial S}{\partial \tau}, \quad (13)$$

$$\dot{p}_i = - \frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (14)$$

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}. \quad (15)$$

donde $i = 1, 2, \dots, n$. Para el caso en el que H no depende explícitamente de la variable τ implica que $H \equiv H(x_i, p_i)$ es una constante. Además, el principio de mínima acción se puede generalizar a casos donde la dependencia también involucra derivadas de orden superior. Sin embargo, no se presentará en este trabajo.

Retomando el descubrimiento de Noether. El primer teorema se refiere a este principio. Los elementos vistos en este resumen han sido aplicados a la física. En específico, las leyes que se

aplican en la mecánica de partículas (mecánica Newtoniana, relatividad especial, etc.) se describen mediante este principio como es mencionado por Noether. De manera semejante, óptica geométrica utiliza este principio, trabajo realizado por Fermat.

El segundo teorema maneja el principio de mínima acción, con la diferencia que se presentan más de una variable de evolución. Para ello se necesita el concepto de campo, el cual se resume a continuación.

b. Campos

En el estudio de la naturaleza, se pueden distinguir dos tipos de elementos que describen a los sistemas, estos son los campos y las partículas.

Las partículas se refieren entidades localizadas (restringidas en el espacio) que perdura en el tiempo, a la que se le puede atribuir un movimiento definido. La descripción de sistemas de partículas se puede describir mediante el principio de mínima acción resumido en la sección 6.a.

Los campos físicos se refieren a entidades o cantidades que se distribuyen en el espacio y se describen mediante una función del espacio tiempo. Originalmente se utilizó para describir acciones a distancias (campos electromagnéticos y gravitacionales) y se ha extendido para describir otras entidades como variaciones de temperatura, tensiones ondas, etc.

La descripción se hace para cualquier tipo de variable. Sin embargo, para simplificar la explicación se presentarán el caso donde τ es el tiempo.

Los campos, a diferencia de las partículas, se distribuyen en todo el espacio. Existen de diferentes naturaleza matemática como

- 1) Campos escalares. A cada punto del espacio se le asocia un escalar. Temperatura, presión, densidad y potencial escalar son ejemplos de ello.
- 2) Campos vectoriales. A cada punto del espacio se le asocia un vector. Ejemplo de ellos son los campos eléctrico y magnético, campo gravitacional, potencial vectorial.
- 3) Campos tensoriales. Una función tensorial definida en el espacio-tiempo. El esfuerzo y la deformación en sólidos ejemplifican los campos tensoriales.
- 4) Campos espinoriales. Funciones de espinores que dependen del espacio-tiempo. La descripción cuántica relativista es mediante espinores.

Podemos considerar la densidad de la función de acción como

$$S = \int \mathcal{S} dx^n \quad (16)$$

y de manera semejante la densidad Lagrangiana como

$$L = \int \mathcal{L} dx^n, \quad (17)$$

donde

$$\mathcal{L} = \frac{d\mathcal{S}}{dt} \quad (18)$$

En este sentido la posición y el tiempo se convierten en variables que describen la evolución de mi sistema. Las densidades dependen de otros campos, $\phi_j \equiv \phi_j(t, \vec{x})$, donde j es el identificador. La densidad de la función de acción depende del espacio tiempo así como de los campos mencionados $\mathcal{S} \equiv \mathcal{S}(t, x_i, \phi_j)$. La densidad Lagrangiana, además, dependerá del campo como de sus derivadas,

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}(t, x_i, \phi_j, \partial_0 \phi_j, \partial_i \phi_j),$$

donde $\frac{\partial \phi_j}{\partial t} \equiv \partial_0 \phi_j$, y, $\frac{\partial \phi_j}{\partial x_i} \equiv \partial_i \phi_j$.

Al aplicar el cálculo variacional al principio de mínima acción las ecuaciones de Euler-Lagrange son

$$\sum_{i=0}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_i \phi_j)} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_j} \right) = 0,$$

donde $x_0 = t$. Note que se obtiene un sistema de ecuaciones, una ecuación por cada campo.

La descripción basada en el Hamiltoniano se presenta de manera semejante a las ecuaciones. (11)-(14). Sin embargo no se profundizará en este trabajo.

Esta sección se refiere al estudio de campos. Refiriéndose a el segundo teorema de Noether. Aplicable a sistemas donde se estudia el medio. Ejemplo de ello es el campo Electromagnético, la gravitación, distribución de temperatura y presión, entre otros.

c. Restricciones

Las secciones previas se enfocaron en una descripción del principio de mínima acción. Sin embargo, el comportamiento de un sistema cambiar si se introducen restricciones, como por ejemplo, el confinamiento en una caja con ciertas características o el movimiento en una trayectoria bien definida. Estas restricciones se pueden incluir en el formalismo utilizando el método de multiplicadores de Lagrange.

Suponga que se tiene un sistema descrito por un Lagrangiano L ($\mathcal{L}$ en caso de campos). Si se desea incluir un conjunto de restricciones con respecto a las coordenadas (o campos en su caso) y estas se pueden representar como una función igualada a 0, es decir

$$f_i \equiv f_i(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}) = 0.$$

Se propone un nuevo Lagrangiano L' ($\mathcal{L}'$ para campos) que incluirá tanto a L como a las restricciones³ como

$$L' = L + \sum_i \lambda_i f_i,$$

donde λ_i son nuevos parámetros a definir. La forma de los parámetros se obtendrá al momento de resolver las ecuaciones de Euler-Lagrange utilizando el nuevo Lagrangiano.

Teniendo los elementos necesarios para la descripción del sistema se presentan algunos ejemplos.

7. Sistemas físicos

El objetivo de esta sección es presentar algunos ejemplos físicos donde se aplica la descripción Lagrangiana del sistema. No es posible presentar todos los sistemas de la literatura. Sin embargo, se presentan algunos casos.

a. Partícula clásica

Como primera aplicación es el estudio de una partícula. A diferencia de la forma tradicional de proponer la acción, en este trabajo se propone iniciar con la definición de la regla de la cadena, donde el diferencial de la función de acción en el espacio-tiempo está dado por

³ Se propone $\mathcal{L}' = \mathcal{L} + \sum \lambda_i f_i$ para cuando se trabaja con campos.

$$dS = \frac{\partial S}{\partial t} dt + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} dx_i, \quad (19)$$

donde n es la dimensionalidad del espacio.

Si la variable de evolución es el tiempo, $\tau \equiv t$, el Lagrangiano se reduce a

$$L = \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \dot{\vec{x}} \cdot \vec{\nabla} S. \quad (20)$$

En este caso podemos considerar que

- 1) El cambio máximo de la acción con respecto a la posición es proporcional al momento generalizado, esto es

$$\vec{\nabla} S \equiv k\vec{p} = k(m\dot{\vec{x}} + \vec{A}).$$

- 2) La variación temporal es una función definida como $\frac{\partial S}{\partial t} = -\phi$.

Reescribiendo estas consideraciones con respecto a la acción, se reescribe el Lagrangiano como

$$L = -\phi + k\dot{\vec{x}} \cdot \vec{p} = -\phi + \dot{\vec{x}} \cdot \vec{\theta} + km\dot{x}^2,$$

donde $\dot{x} \equiv |\dot{\vec{x}}|^2 = \sum \dot{x}_i^2$.

Para obtener el valor de la constante se utiliza la ecuación (11). Si se considera que las funciones ϕ y $\vec{A}$ no dependen de la velocidad, entonces se obtiene que $k = \frac{1}{2}$, lo que reduce la ecuación anterior

$$L = -\phi + \frac{1}{2} \dot{\vec{x}} \cdot \vec{p} = -\phi + \frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 + \dot{\vec{x}} \cdot \vec{A}, \quad (21)$$

Esta última ecuación coincide con el Lagrangiano de una partícula ante la presencia de un potencial escalar y un potencial vectorial. La ecuación descrita por este Lagrangiano es equivalente a la fuerza de Lorentz,

$$m\ddot{\vec{x}} = \vec{E}' + \dot{\vec{x}} \times \vec{B}', \quad (22)$$

donde, $\ddot{\vec{x}} = d^2\vec{x}/dt^2$ y

$$\begin{aligned} \vec{B}' &= q\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \\ \vec{E}' &= q\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (23)$$

El Hamiltoniano del sistema se obtiene de ecuación (12) la cual si ϕ y $\vec{A}$ son independientes del tiempo se reduce a la energía

$$H = \frac{1}{2m} \sum_i (p_i - A_i)^2 + V = E, \quad (24)$$

la cual es una constante. En la ecuación previa $V = \phi - \frac{1}{2m} A^2$. Esta forma de la energía es la más usada en la literatura. En sistemas donde el potencial vectorial es cero, $\vec{A} = 0$, el sistema se reduce a

$$L = -\phi + \frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2, \quad (25)$$

Y la ecuación de movimiento se simplifica a $m\ddot{\vec{x}} = -\vec{\nabla}\phi$. Esta descripción es suficiente para una descripción de objetos macroscópicos a velocidades pequeñas. En el siguiente ejemplo se mostrará la construcción del Lagrangiano para una partícula relativista.

b. Partícula relativista

Un sistema relativista son aquellos donde uno de los elementos tiene una velocidad muy alta, cercana a la velocidad de la luz ($c = 3 \times 10^8$ m/s).

A diferencia de un sistema clásico, una partícula relativista libre describe una trayectoria dada por la relación

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - \sum_{i=1}^n dx_i^2, \quad (26)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Si bien se puede minimizar ds para obtener el comportamiento de una partícula libre, se buscará obtener la ecuación que describe el comportamiento de una partícula en un campo electromagnético, descrito por los potenciales eléctricos y magnéticos. Para ello se iniciará con ecuación (15). Es importante mencionar que una característica de la relatividad especial es que sitúa al tiempo al mismo nivel que las coordenadas espaciales dentro de un vector de la forma $(ct, \vec{x})$. El tiempo depende del marco de referencia en el que se esté situado. Es por ello que es necesario introducir el tiempo propio, τ . Este tiempo propio se relaciona con el tiempo mediante la relación

$$d\tau = \frac{1}{\gamma} dt,$$

donde

$$\gamma = \frac{c}{\sqrt{c^2 - \dot{x}^2}}.$$

Aplicado al Lagrangiano descrito en ecuación (16) y considerando que el movimiento depende del sistema inercial en el que se encuentra el sistema, se pueden introducir el movimiento del sistema como

1) El cambio máximo de la acción con respecto a la posición es proporcional al momento generalizado, esto es $\vec{\nabla}S \equiv -\vec{p} = -\gamma m \dot{\vec{x}} + \vec{A}$.

La introducción de γ y del signo en el movimiento es una consecuencia de que se debe reproducir la acción de partícula libre como se menciona en ecuación (21).

2) La variación temporal cambia en el sentido que el tiempo también presenta variación con respecto al sistema inercial. Tal es así que la derivada temporal se reduce a

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \gamma m c^2 - \phi.$$

Por lo tanto, el Lagrangiano que describe a una partícula relativista es

$$L = \gamma m (c^2 - \dot{\vec{x}} \cdot \vec{p}) + \phi = \frac{1}{\gamma} m c^2 + \dot{\vec{x}} \cdot \vec{A} - \phi \quad (27)$$

Al igual que el caso clásico se obtienen las ecuaciones de movimiento a resolver. Así mismo se puede formular la descripción Hamiltoniana del sistema. Se han presentado dos ejemplos en los que se trabaja con una partícula.

c. Campos electromagnéticos

Los sistemas mencionados anteriormente tienen una variable de evolución. Para sistemas con más variables de evolución es necesario trabajar con la densidad Lagrangiana, $\mathcal{L}$. Un ejemplo de ello el campo electromagnético. En la sección a se describe el comportamiento de una partícula ante la presencia de un campo escalar y vectorial, el cual puede interpretarse como los potenciales electromagnéticos. En esta sección se estudiará el campo mismo.

Para el campo electromagnético la densidad Lagrangiana se reduce a

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right) - \rho \phi + \vec{j} \cdot \vec{A}, \quad (28)$$

donde E y B se definen basada en ecuación (21), ρ representa la densidad de carga eléctrica y $\vec{j}$ la densidad de flujo de carga (corriente eléctrica) que pasa a través de un segmento de área.

En esta densidad Laplaciana se constituye por un elemento asociado a la densidad de energía asociada a la radiación (dado por $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0^{-1} B^2$) y otra asociado al potencial escalar y vectorial (definido por el término $-\rho \phi + \vec{j} \cdot \vec{A}$).

En esta densidad hay que mencionar que el Lagrangiano es una función de ϕ y de $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$.

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}(t, \vec{x}, \phi, \vec{A}, \partial_0 \phi, \partial_0 \vec{A}, \partial_i \phi, \partial_i \vec{A}),$$

donde $x_i = x, y, z$ definida por el vector de posición $\vec{x}$. Al aplicar la ecuación de Euler-Lagrange con respecto a ϕ se obtiene

$$\begin{aligned}
 -\rho - \epsilon_0 \nabla^2 \phi - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} &= 0, \\
 -\rho + \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

que corresponde a la ley de Gauss para las cargas eléctricas. En el caso de $\vec{A}$, se obtiene la ley de Ampere

$$\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0.
 \tag{30}$$

Las ley de Faraday y la ley de Gauss para campos magnético se obtienen como una consecuencia de la definición tanto de $\vec{E}$ como de $\vec{B}$.

d. Sólidos elásticos

En la descripción de sólidos elástico, es necesario introducir el concepto de deformación. Suponga que tiene un sólido elástico. El sólido se puede estudiar considerando un pequeño cubo situado en el punto $\vec{x}$. El cubo tiene un volumen, que al presentarse una deformación implica un cambio de volumen definido por el cambio en las aristas. Este cambio se refiere al desplazamiento, $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, de la forma original como se muestra en la Figura 10.

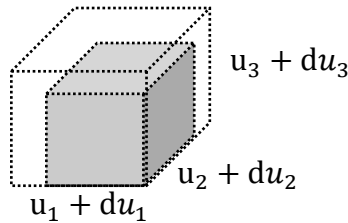


Figura 10. Representación esquemática del desplazamiento de un cubo infinitesimal con respecto a la forma original.

Las diferentes posiciones del cubo en el sólido tienen desplazamientos diferentes. Ante ello se puede estudiar el cambio del desplazamiento por posición como la deformación. Se sabe que la deformación es simétrica, por lo tanto la deformación, ϵ_{ij} , se define como

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (31)$$

La densidad Lagrangiana de un sólido elástico se reduce a

$$\mathcal{L} = \sum_{ijkl} C_{ijkl} \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} + \sum_i \left(\frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 - b_i u_i \right). \quad (32)$$

donde ρ es la densidad del sólido, b_i la fuerza aplicada por unidad de masa y C_{ijkl} representan las constantes elásticas del sistema. Al aplicar las ecuaciones de Euler-Lagrange, el sistema se reduce a

$$\frac{d}{dt} \left(\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right) \right) + b_i + \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (33)$$

donde

$$\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \epsilon_{kl} = \frac{\partial F_i}{\partial A_j} \quad (34)$$

y representa el esfuerzo definido como la fuerza por unidad de área aplicada en cada punto del sólido. La ecuación que describe la dinámica de un sólido elástico equivalente a la segunda ley de Newton.

8. Otras áreas del conocimiento

Como se ha visto, el principio de mínima acción es aplicable a otras áreas de conocimiento como economía o programación. El principio es aplicable cuando se tiene un modelo dinámico al

cual se desee maximizar o minimizar, independientemente del área de estudio. Un ejemplo de ello se aplica en la economía pesquera.

En varias áreas en economía se utiliza la teoría del control óptimo (Ortíz Olvera, 2011). En 1957, L. S. Pontryagin aplica el principio a problemas determinísticos de como asignar o explotar recursos para la toma de decisiones.

Una ventaja de este modelo con respecto a otros es que es una técnica para modelar problemas de optimización dinámica bajo algunas restricciones.

Un ejemplo de ello se aplica a la economía pesquera. Suponga que se desea maximizar los beneficios netos de la pesquería, I , en un determinado tiempo, dado por la expresión

$$I = \int_{t_0}^{t_f} (u - c(x)) \rho e^{-\delta t} dt \quad (35)$$

donde u es el precio unitario, x es la biomasa (cantidad de pescado en la región), $c(x)$ es el costo de extracción unitario, $\rho(t)$ es la tasa de capturas de la biomasa dado en peso por unidad de tiempo y $e^{-\delta \cdot t}$ es un factor de actualización dado por la tasa de descuento, δ . Para este sistema, la variable de estado es la biomasa, x , y la tasa de captura, h . Hay que tomar en cuenta que para este problema, la biomasa es una cantidad cambia con respecto al tiempo dependiendo de la tasa de crecimiento natural de la biomasa, $T(x)$, como

$$\frac{dx}{dt} = T(x) - \rho(t) . \quad (36)$$

El Lagrangiano, $L \equiv L(t, x, \rho, \dot{x}, \dot{\rho}, \lambda, \dot{\lambda})$, de este sistema se define como

$$L = e^{-\delta \cdot t} (p - c(x)) \rho + \lambda (T(x) - \rho - \dot{x}), \quad (37)$$

donde $\lambda \equiv \lambda(t)$ es el multiplicador de Lagrange que se considera dependiente del tiempo.

Considerando el precio unitario como una constante, se obtienen las ecuaciones (junto con la restricción)

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dt}(\lambda) &= -e^{-\delta \cdot t} \rho c'(x) + \lambda T'(x), \\ 0 &= e^{-\delta \cdot t} (p - c(x)) - \lambda, \end{aligned} \quad (38)$$

donde $c'(x) = \frac{dc(x)}{dx}$ y $T'(x) = \frac{dT(x)}{dx}$. El problema se reduce a resolver el sistema de tres ecuaciones.

De esta manera se hace un modelo matemático fundamentado que permite hacer predicciones.

9. Conclusiones

El principio de mínima acción es un método aplicable a diversas áreas del conocimiento. Si bien la idea de que la naturaleza minimizaba sus acciones se plantea en el siglo XVIII, Noether lo generaliza a las diversas áreas de la física.

Inclusive este principio se expande a diversas áreas donde se desea maximizar o minimizar un proceso para predecir sus resultados e inclusive controlarlo.

Referencias

Kosmann-Schwarzbach, Y. (2010). *The Noether theorems. Invariance and conservation laws in the twenty century*. New York: Springer.

Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1994). *Curso de Física Teórica: Mecánica* (2a. Ed ed., Vol. 1).

Barcelona: Reverté.

Noether, E. (1918). *Invariante Variationsprobleme*. *Nachr. D. König. Gesellsch. D. Wiss. Zu*

Göttingen, Math-phys. Klasse, 235–257.

Ortíz Olvera, J. C. (Septiembre-Octubre de 2011). *Ahorro: un enfoque de control óptimo*.

Economía Informa (370), 1-13.



“CON TECNOLOGÍA Y ESPÍRITU UNA PATRIA FORJARÉ”®